

科学オリンピックへの道
岡山物理コンテスト 2021
問題 B

2021 年 12 月 25 日 (土)

14:45～15:45 (60 分)

問題にチャレンジする前に次の<注意事項>と<指数を用いた数の表記>をよく読んでください。問題は大問 2 題からなります。問題は一見難しく見えても、よく読むとわかるようになっています。どの問題から取り組んでも結構です。最後まであきらめずにチャレンジしてください。

<注意事項>

1. 開始の合図があるまで、問題冊子 (全 12 ページ) を開けてはいけません。
2. 電卓を使用してもよろしい。
3. 携帯電話やスマートフォンなどは電源を切り、カバンの中にしまっておきなさい。
4. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。解答用紙は 2 枚です。必ずチャレンジ番号と氏名を記入しなさい。
5. 気分が悪くなったりトイレに行きたくなったりした際は手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 質問があるときは質問用紙に記入し、手を挙げて監督者に渡しなさい。
7. 終了の合図があったら、ただちに解答を止め、チャレンジ番号と氏名を確認の上、監督者の指示を待ちなさい。
8. 問題冊子は持ち帰りなさい。

<指数を用いた数の表記>

大きい数や小さい数を扱うときは、指数表記を利用し、 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$) の形で表す。

$$1200 = 1.2 \times 10 \times 10 \times 10 = 1.2 \times 10^3 \quad 0.0012 = \frac{1.2}{1000} = \frac{1.2}{10^3} = 1.2 \times 10^{-3}$$

このように表すことで、大きな数や小さな数を簡潔に表現できる。

【例】 地球から太陽までの距離 = 150000000 km = 1.5×10^8 km

電子の質量 = 0.000000000000000000000000000091 kg = 9.1×10^{-31} kg

また、指数表記をしたときの、先頭から 3 つ目の数字を四捨五入して表した数を「有効数字 2 桁」という。

【有効数字 2 桁の例】 $3.14 \Rightarrow 3.1$ $3776 \Rightarrow 3.8 \times 10^3$ $0.0125 \Rightarrow 1.3 \times 10^{-2}$

<参考>

【三角比】

直角三角形の直角でない角の大きさが1つ決まれば、3辺の比が決まる。図1のように3辺の長さとして角の大きさをそれぞれ a, b, c, θ とすると、正弦 (sin : サイン), 余弦 (cos : コサイン), 正接 (tan : タンジェント) は以下のように定義される。

$$\text{正弦} \quad \sin \theta = \frac{a}{c} \quad \text{余弦} \quad \cos \theta = \frac{b}{c} \quad \text{正接} \quad \tan \theta = \frac{a}{b}$$

これらを三角比という。

また、直角三角形の1つの辺の長さと1つの角の大きさが決まれば、残りの辺の長さを三角比を用いて表すことができる。

$$\text{例} \quad a = c \sin \theta, \quad b = c \cos \theta$$

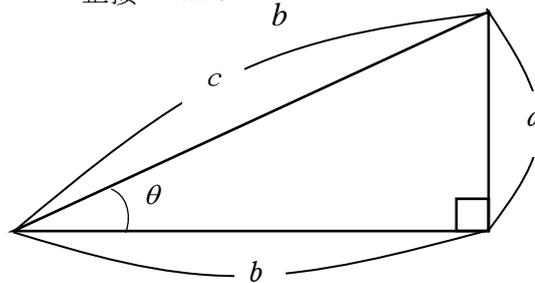


図1

【弧度法】

角度を表すのに、 180° や 360° のように、 $[\]$ という単位を使って表す度数法は日常生活で広く使われている。一方、数学や物理では、弧度法と呼ばれる表し方を用いる場合が多い。この表し方は次のように定義される。

半径と等しい長さの弧を持つおうぎ形の中心角の大きさを1ラジアン (記号 : rad) という。この rad を単位とした角の表し方を弧度法という。1つのおうぎ形において、弧の長さは中心角に比例するので、図2のような半径 r のおうぎ形において、中心角 θ [rad] に対する弧の長さを x とすると、

$$x = r \theta \quad \left(\text{または} \quad \theta = \frac{x}{r} \right)$$

したがって、半径 r の円では、円周は $2\pi r$ であるから、

$$\theta = \frac{x}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ [rad]}$$

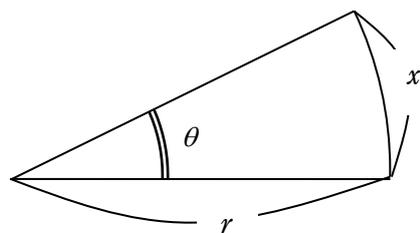


図2

よって、度数法との間に次の関係が成り立つ。

$$360^\circ = 2\pi \text{ [rad]}$$

【単位の主な接頭語】

記号 (読み)	大きさ	記号 (読み)	大きさ
G (ギガ)	10^9	c (センチ)	10^{-2}
M (メガ)	10^6	m (ミリ)	10^{-3}
k (キロ)	10^3	μ (マイクロ)	10^{-6}
h (ヘクト)	10^2	n (ナノ)	10^{-9}

第1問

現在日本には多くの粒子加速器があり，素粒子実験用の巨大なものだけでなく，放射線診療などの医療に用いられる小型のものも多く存在する。粒子加速器を使って発生する中性子を医療に応用する研究が進められており，中でもがんの治療法として研究が進むホウ素中性子捕捉療法（BNCT）について考えていこう。

原子の中心には原子核があり，原子核は陽子と中性子からできている。陽子の個数を原子番号といい，これによって元素の種類が決まる。また，陽子と中性子の個数の和を質量数という。以下に原子の表し方の例を示す。元素記号の左下が原子番号，左上が質量数である。

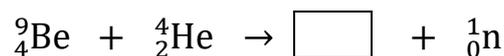
原子の表し方の例 ${}^{16}_8\text{O}$

次の表1-1に示した元素の周期表（抜粋）には，元素記号と原子番号のみを記載している。

表1-1

周期\族	1	2	...	13	14	15	16	17	18
1	${}_1\text{H}$								${}_2\text{He}$
2	${}_3\text{Li}$	${}_4\text{Be}$		${}_5\text{B}$	${}_6\text{C}$	${}_7\text{N}$	${}_8\text{O}$	${}_9\text{F}$	${}_{10}\text{Ne}$
3	${}_{11}\text{Na}$	${}_{12}\text{Mg}$		${}_{13}\text{Al}$	${}_{14}\text{Si}$	${}_{15}\text{P}$	${}_{16}\text{S}$	${}_{17}\text{Cl}$	${}_{18}\text{Ar}$

問1 以下で表される核反応式の，空欄にあてはまる原子を答えよ。上の原子の表し方の例にならって元素記号に原子番号と質量数を付けて表記すること。元素記号と原子番号は表1-1を参考にせよ。なお，反応式の前後で陽子の数と中性子の数の総和は保存される。式中の ${}_0^1\text{n}$ は中性子を表している。



さて、がんの新しい治療法として、ホウ素 B を用いた、ホウ素中性子捕捉療法が注目されている。この治療法では、あらかじめがん細胞に吸収されやすいホウ素が含まれる薬を投与し、がん細胞にだけホウ素を吸収させる。その後、患部に低速（熱）中性子を照射するとホウ素に中性子が捕捉され、その反応で生じたヘリウムの原子核（ α 粒子）やリチウムの原子核が高速で飛び出し、がん細胞を攻撃する。この反応の反応式は次のとおりである。



問 2 この反応では、反応の前後で質量の合計が変化している。反応の前後で質量の合計がいくら増加、または減少しているか答えよ。ただし、反応する元素などのそれぞれの質量は、表 1-2 に示す値と単位 [u] を用いよ。なお、この単位 [u] は統一原子質量単位といい、 $1\text{u} = 1.66 \times 10^{-27}\text{kg}$ である。

表 1-2

元素など	質量 [u]
${}^1_0\text{n}$	1.00866
${}^{10}_5\text{B}$	10.01020
${}^4_2\text{He}$	4.00151
${}^7_3\text{Li}$	7.01436

問 3 この反応では、問 2 で求めた質量がエネルギーに変化している。反応の前後でエネルギーはいくら発生、または吸収されたか答えよ。ただし、エネルギー E [J] と質量 m [kg] の関係は以下の式で表される。

$$E = mc^2 \quad (c \text{ は真空中の光速 } 3.00 \times 10^8 \text{ m/s})$$

これは、アインシュタインが発表した「特殊相対性理論」の中で導かれる、エネルギーと質量が等価であることを示す式で、物理学の中でも最も有名な式の 1 つである。

問4 この反応によって生じた ${}^4_2\text{He}$ が図1-1の②の向きへ放出された場合、生じた ${}^7_3\text{Li}$ はどのような向きに放出されるか。①～⑧の中から最も適切なものを1つ選べ。ただし、ぶつかる中性子の速さは、放出される ${}^4_2\text{He}$ と ${}^7_3\text{Li}$ の速さに対し十分小さいとする。

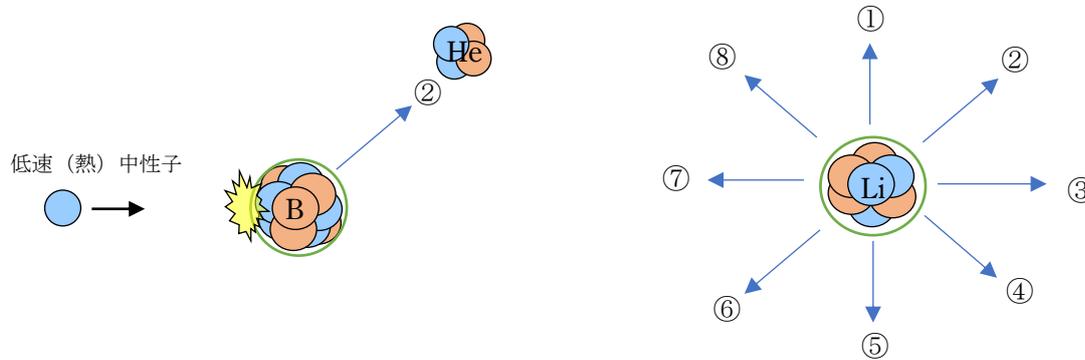


図1-1

問5 この反応で放出される、 ${}^4_2\text{He}$ の速さと ${}^7_3\text{Li}$ の速さの比は、それぞれの質量の逆比となる。 ${}^4_2\text{He}$ の運動エネルギーは ${}^7_3\text{Li}$ の運動エネルギーの何倍か、分数で答えよ。
(答え方の例：2/5倍)

発生した ${}^4_2\text{He}$ と ${}^7_3\text{Li}$ が細胞内を運動するとき、運動の向きと逆向きの力を細胞から受けて減速し、運動エネルギーを失う。 ${}^4_2\text{He}$ と ${}^7_3\text{Li}$ が減速する過程では、ある距離 L を移動するごとに、運動エネルギーが半分になると考えよう。このとき、距離 l だけ移動したときの運動エネルギー E は、はじめの運動エネルギーを E_0 とすると、以下の式で表すことができる。

$$E = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{l}{L}} \times E_0$$

問6 運動エネルギーが半分になる距離 L を $2.0 \times 10^{-6}\text{m}$ とする。運動エネルギーが、はじめの運動エネルギー E_0 の $\frac{1}{32}$ になる距離 l' はいくらか。

従来の放射線治療では、放射線を照射する範囲すべての細胞にダメージがあるという課題があった。これに対し、問6で求められた距離は平均的ながん細胞より小さい。つまり、ホウ素中性子捕捉療法では、ホウ素を吸収させたがん細胞に中性子を照射しても、発生した ${}^4_2\text{He}$ と ${}^7_3\text{Li}$ は急激に運動エネルギーを失い、がん細胞の中でほぼ止まる。このため、周りの正常な細胞にあまりダメージを与えることなくがん細胞のみを攻撃することができる。

病院内に設置可能な日本製の医療用粒子加速器を使った臨床研究が進められており、新たな医療の可能性を切り拓いている。

第2問

私たちの生活はさまざまな科学技術に支えられることで、快適で便利なものとなっている。ここでは、スマートフォンに使われているいくつかの技術について考えてみよう。なお、M（メガ）やG（ギガ）など単位の接頭語の意味は、2 ページに掲載している。

問1 ワイヤレス充電器を用いると、スマートフォンを置くだけで充電することができる。ワイヤレス充電器は、内蔵されたコイル（送電側コイル）に流れる交流電流によって、変化する磁場を発生させている。スマートフォンをこの磁場の中に置くと、内蔵されたコイル（受電側コイル）に電磁誘導が生じ、誘導電流が流れることによって充電することができる（図2-1）。ワイヤレス充電器による充電と同じように、電磁誘導を利用して動作する仕組みのものを次の①～⑤から1つ選び、記号で答えよ。

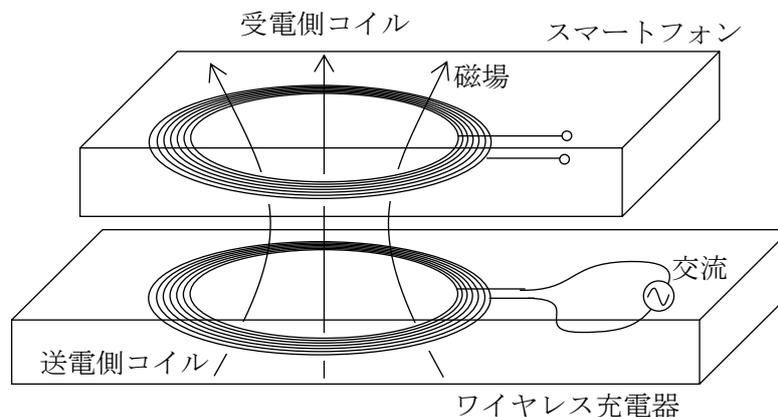


図2-1

- ① コンデンサー ② テレビのリモコン ③ 非接触 IC カード
④ 顔認証システム ⑤ 非接触体温計

問2 スマートフォンでは、電波を用いて通信を行っている。用いられる電波には「800MHz帯」や「2GHz帯」などがある。Hzとは電波の1秒間に振動する回数（周波数）を表す。800MHzの電波の波長 λ [m]はいくらか。なお、電波の伝わる速さ v は $3.0 \times 10^8 \text{m/s}$ であり、周波数を f とすると、 $v = f\lambda$ の関係が成り立つ。

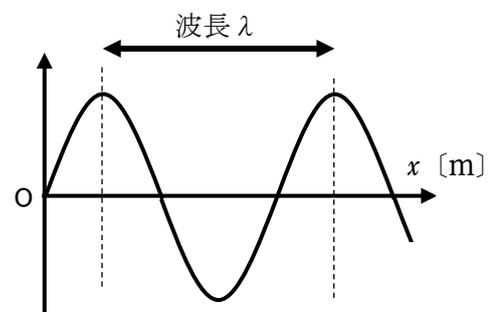


図2-2 波の波長

問3 スマートフォンからの電波は、「基地局」のアンテナで受信された後、信号に変換され光ファイバーなどを通して交換局へと送られる。アンテナの基本形の1つは図2-3に示すような、長さ $\lambda/4$ の金属の素子を2つ組み合わせたものである。これが波長 λ の電波を受けると交流電流が生じ（受信）、逆に交流電流を送ると波長 λ の電波が四方に放出される（送信）。「2.0GHz」の電波を送受信するためには、このアンテナの素子の長さ L を何mにするとよいか。

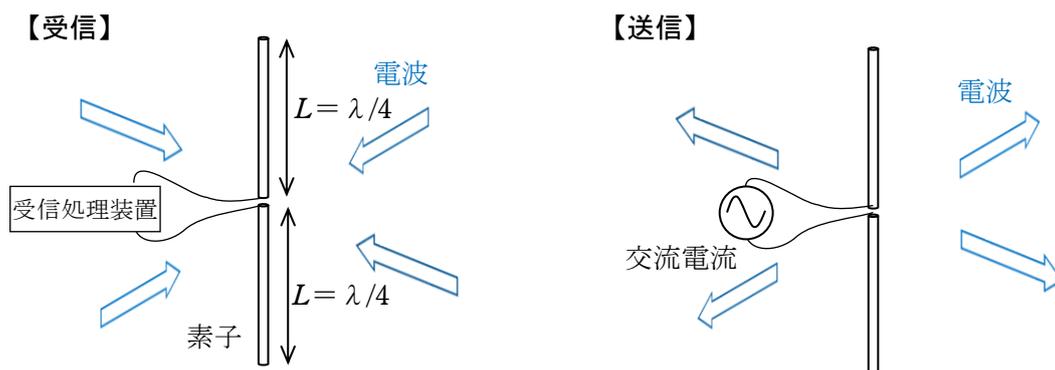


図2-3

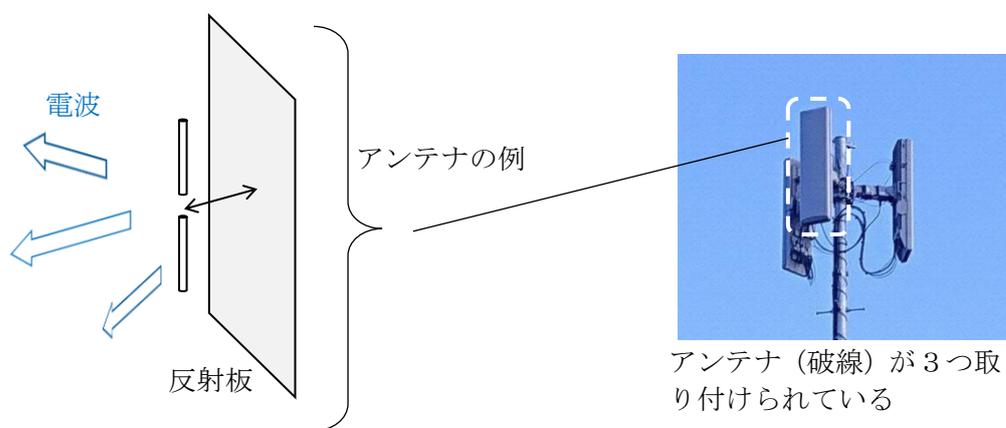
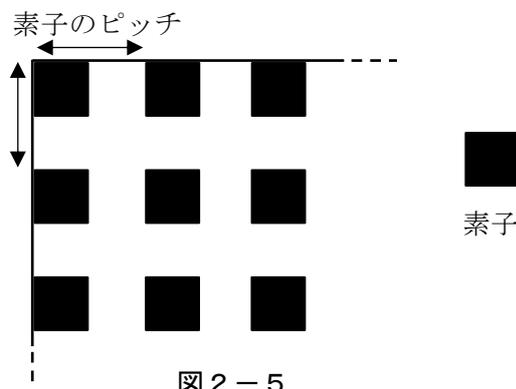


図2-4

実際の基地局では、図2-4左の模式図のようなアンテナがよく用いられている。これは素子の背後に反射板を設け電波を前方に反射させることで、より遠くまで電波を送受信できるよう工夫されている。これらを図2-4右のように複数組み合わせることで、あらゆる方向に対し遠くまで送受信することができる。

スマートフォンでは、通信速度が飛躍的に高まる「5G」（第5世代）への移行が始まった。電波は、周波数が高いほど短い時間に大量の情報を送ることができる。このため「5G」では、これまでよりも高い3.7GHzや4.5GHzの電波が主に用いられる。しかし、高い周波数の電波ほど、大気に吸収されやすく、届く距離が短くなるという欠点がある。

そこで、遠くの使用者に電波を届けるために、基地局の電波を使用者の方向に集中して放射する「ビームフォーミング」という技術が用いられる。この技術では、「アレイ・アンテナ」（フェーズドアレイアンテナ）が使用される。アレイ・アンテナは、**図2-5**のように多数の素子（はく）を一定間隔で平面上に並べたものである。素子には正方形金属箔を用いることが多い。「5G」では、電波の波長が短く、素子の大きさや間隔が非常に小さくなるため、たくさんの素子を並べることができる。



問4 アレイ・アンテナの大きさが80mm×80mmであるとする。この上に、**図2-5**のように素子のピッチを縦・横それぞれ5.0mmで配置するとき、このアレイ・アンテナには何個の素子を並べることができるか。

一般に、多数の波が円形に広がる時、その円の共通接線が、新たな波の前面（波面）となる（これを「ホイヘンスの原理」という）。たとえば、**図2-6**のように各素子から同時に電波が放射され円形に広がると（破線）、新たな電波の前面（波面）は赤で示した直線のようになり、広がることなく直進する。また、次ページの**図2-7**のように各素子から電波を発射するタイミング（位相）を少しずつずらすと、電波は斜めの方向に進む。この仕組みを用いると、利用者のいる場所に合わせて、電波の方向をコントロールできる。これをビームフォーミング技術という。これによって通信エリアを広げることができる。（なお、受信時にも各素子の受信のタイミングを少しずつずらすことで、利用者のいる場所に合わせて感度を高めている。）

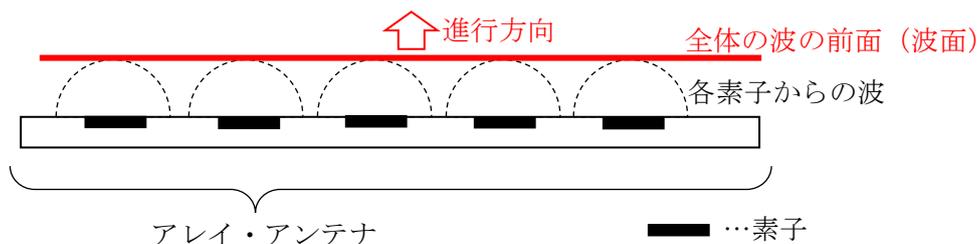


図2-6

問5 図2-7の場合では、右の素子ほど電波を発射するタイミングを少しずつ遅らせている。このとき、電波の前面（波面）と進行方向はどのようになるか。電波の前面（波面）を実線で、電波の進行方向を矢印（↑）で、解答用紙の図中に記入しなさい。

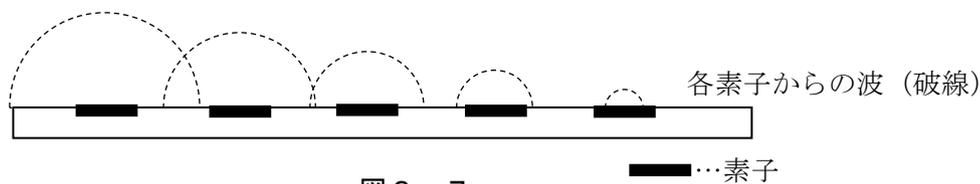


図2-7

問6 図2-8のように、アンテナの正面に対し 30° 右の方向へ電波を送りたい。素子の間隔が $\lambda/2$ ずつである場合、隣りあう素子から電波を発射する時間の差をいくらにすればよいか。電波が1波長（ 1λ ）進む時間を T として、求める時間の差を T を用いて表せ。

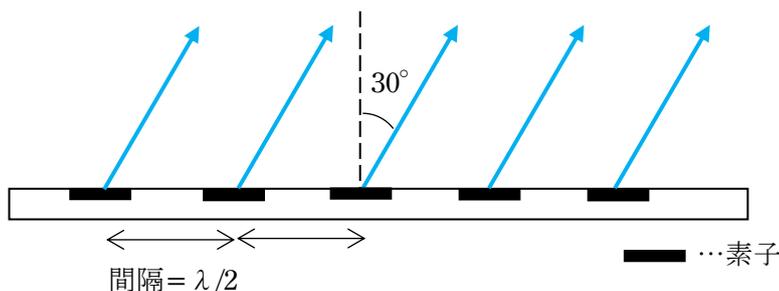
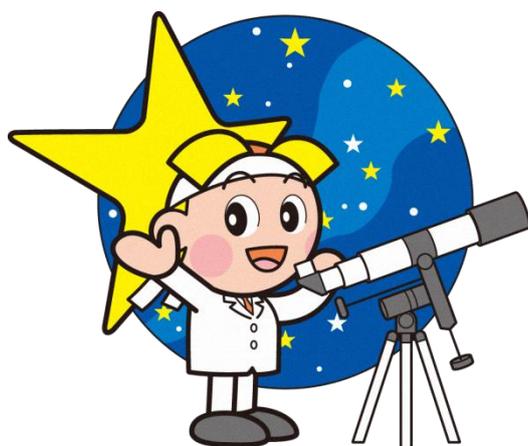


図2-8

問7 「5G」では、28GHzの電波の使用も始まっている。1sあたり送受信される実際のデータ量（ビット）は使用する電波の周波数の1/10前後といわれる。今、データの送受信の速さ（ビット/s）が電波の周波数の1/10であるとき、超高画質（4K）で2時間の映画1本を、28GHzの電波を用いてダウンロードするには、何sかかるか。ただし、この映画の情報量を42GB（ギガ・バイト）、1B（バイト）=8ビットとする。

なお、一般的な画質であれば理論的には3sでダウンロードできるとされている。

「5G」では、このように、大量のデータを超高速で送ることができ、アンテナなども非常に小さい。このため、スマートフォンだけでなく、身の回りの様々なモノにセンサーと通信装置を内蔵してネットワークと接続し、瞬時にたくさんのデータをやり取りすることが可能となる。これによって、自動運転や日常生活の支援など、これまでの概念を超えたインテリジェントな社会の実現が期待されている。なお、ビームフォーミングの原理は、気象レーダーから家庭用無線LANまで幅広く用いられている。



岡山県マスコット ももち