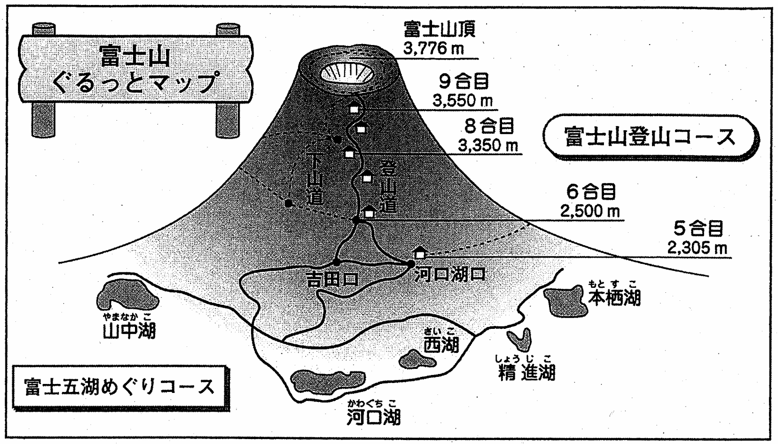
平成２０年度全国学力・学習状況調査より

中学校　数学B ５ 事象の理想化・単純化（富士山の気温）

５ 里奈さんたちは，下のパンフレットを見ながら，８月に行く「富士五湖めぐり」と「富士山６合目登山」の計画を立てています。



次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１）富士五湖めぐりで，５つの湖のうち２つの湖で写真を撮影するとき，２つの湖の選び方は全部で何通りあるかを求めなさい。ただし，湖に行く順番は考えないものとします。

（２）里奈さんと憲一さんは，富士山の６合目の気温について話しています。

里奈さん「６合目の気温を調べようとしたけれど，６合目には観測所がないから，気温が分からないよ。」
憲一さん「気温は，地上から１万ｍぐらいまでは，高さが高くなるのにともなって，ほぼ一定の割合で下がることが知られているよ。」
里奈さん「そのことを利用すれば，６合目の気温は分かるかな。」

下線部から，「地上から１万ｍぐらいまでは，高さが高くなるのにともなって，気温が一定の割合で下がる」と考えるとき，高さxｍの気温をy℃とすると，xとyの間には，**いつでもいえる関係**があります。次ページのアからオの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　yはxに比例している。

イ　yはxに反比例している。

ウ　yはxの一次関数である。

エ　xとyの和は一定である。

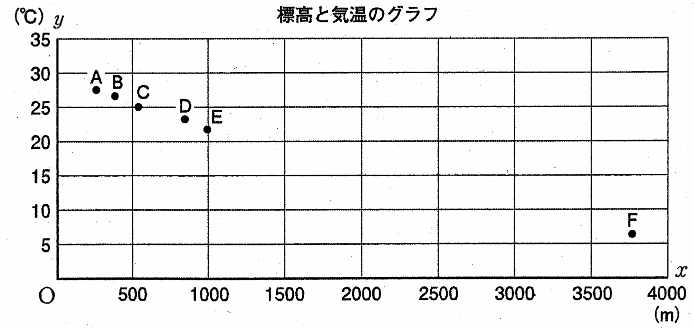
オ　xとyの差は一定である。

（３）里奈さんは，富士山周辺と山頂の８月の平均気温を調べました。そして，下の表のようにまとめ，高さ（標高）xｍのときの気温をy℃として，グラフに表しました。

観測所の標高と2007年８月の平均気温　（気象庁調べ）

観測所	標高(m)	平均気温(℃)	観測所	標高(m)	平均気温(℃)
A（甲　府）	273	27.7	D（河口湖）	860	23.3
B（勝　沼）	394	26.7	E（山　中）	992	21.7
C（古　関）	552	24.9	F（富士山）	3775	6.4

標高と気温のグラフ



里奈さんは，「高さが高くなるのにともなって，気温が一定の割合で下がる」ことをもとに，表やグラフのＤとＦのデータを用いて，６合目のおよその気温を求めることにしました。

このとき，６合目（2500ｍ）のおよその気温を求める方法を説明しなさい。ただし，実際に気温を求める必要はありません。

平成２０年度全国学力・学習状況調査より

問題５（1）のワークシートの解答

①問題をつかもう。

☆何を求めたらいいのかな。

→５つの湖から撮影場所として 2 つの湖を選ぶ組合せの総数を求める問題です。

②自分の力でできるかな。

（まず、自分で解いてみましょう。）

【湖を選ぶ組合せ】
③を参照

③こんなふうに考えるといいよ。

※順序よく整理するためには。

（山、河）（山、西）（山、精）（山、本）

（河、西）（河、精）（河、本）

（西、精）（河、本）

（精、本）

山中湖は“山”、河口湖は“河”、西湖は“西”、精進湖は“精”、本栖湖は“本”で表している。

「湖に行く順番は考えないとします。」とあるので、（山、河）と（河、山）は同じと考えるんだよ。

④答えを書こう。

５つの湖から撮影場所として２つの湖を選ぶ組合せは全部で １０ 通りです。

平成２０年度全国学力・学習状況調査より

問題５（１）の解説

この問題は、５つの湖から撮影場所として２つの湖を選ぶ組合せの総数を求める問題です。

山中湖、河口湖、西湖、精進湖、本栖湖から２つの湖を選びます。

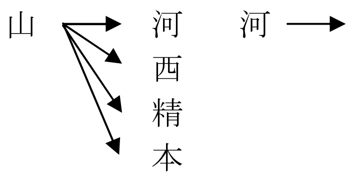
山中湖と河口湖、西湖と精進湖、本栖湖と山中湖・・・・。

もれなく、重ならず調べることができるでしょうか。

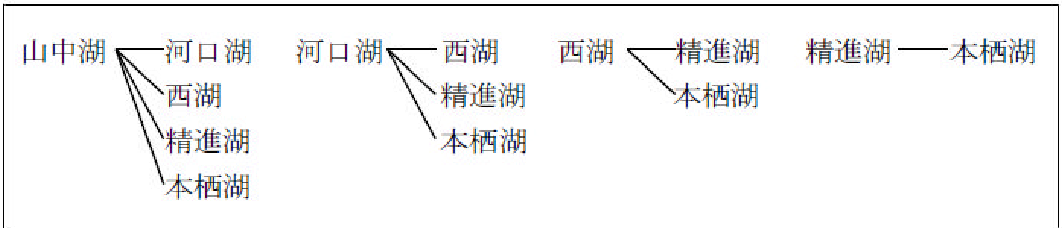
順序よく整理するためには、どんな整理の仕方があったでしょうか？

樹形図や組合せ表を活用しましょう。

次の樹形図は、途中までを書いています。この続きを完成しましょう。



「山と河」「河と山」は同一と考えます。理由は、問題文の最後に「ただし、湖に行く順番は考えないものとします」とあるからです。



したがって、５つの湖から２つの湖を選ぶ組合せは１０通りです。

また、整理する際には右の図のような組合せ表も有効です。

	山中湖	河口湖	西湖	精進湖	本栖湖
山中湖		○	○	○	○
河口湖			○	○	○
西湖				○	○
精進湖					○
本栖湖					

ポイント！

１　もれや重なりがないように数え上げるためには、順序よく整理して数え上げることが必要です。そのためには、樹形図や組合せ表を用いることがポイントです。

２　考える際には、前もって、条件は何で、どのように整理すればよいかなど、見通しをもって考えるようにしましょう。

３　もし、湖に行く順番を考えると、選び方は何通りになるでしょうか。考えましょう。

平成２０年度全国学力・学習状況調査より

問題５（２）のワークシートの解答

①問題をつかもう。

☆何を求めたらいいのかな。

→高さｘｍの気温をｙ℃としたとき、ｘとｙの間にいつでもいえる関係を考える（選択する）問題です。

②自分の力でできるかな。

（まず、自分で解いてみましょう。）

答え（　ウ　）

選んだ理由

③を参照

ア　y は x に比例している。

イ　y は x に反比例している。

ウ　y は x の一次関数である。

エ　x と y の和は一定である。

オ　x と y の差は一定である。

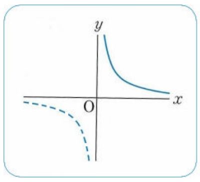
③こんなふうに考えるといいよ。

当てはまらないものを考えていきます。

まず、問題文の下線をもう一度読んでまとめてみると、「ｘの値が増加すると、ｙの値は一定の割合で 減少 する。」となります。

この関係をグラフに表すと、グラフの線は、直線 になり、イ は当てはまらない。

反比例のグラフは、曲線なので一定の割合でとはいえないね。



次に、「いつでもいえる関係」について考えます。

ある高度の気温を考えると、気温は日によっても、時間によっても一定ではないし、海抜０ｍの気温は、いつも０℃ではない。

したがって、ア と エ と オ は当てはまらない。

④答えを書こう。

いつでもいえるｘとｙとの関係は ウ です。

平成２０年度全国学力・学習状況調査より

問題５（２）の解説

（２）の問題は、「・・・、高さが高くなるのにともなって、気温が一定の割合で下がる。・・・ｘとｙの間には、いつでもいえる関係があります。」ということから、気温は標高の一次関数であることを判断する問題です。

選択肢は、

ア　y は x に比例している。

イ　y は x に反比例している。

ウ　y は x の一次関数である。

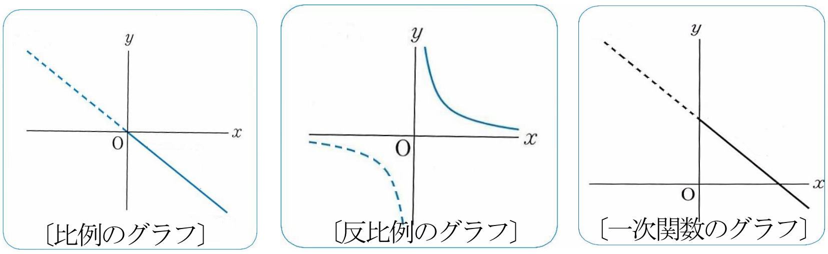
エ　x と y の和は一定である。

オ　x と y の差は一定である。

の５つです。

この問題は、当てはまらないものを考えていきます。

問題文に、「高さが高くなるのにともなって、気温が**一定の割合**で下がる。」とあります。まず、**一定の割合で下がる**がポイントです。このポイントについては、グラフで考えます。



〔比例のグラフ〕　〔反比例のグラフ〕　〔一次関数のグラフ〕

「一定の割合で下がる」という関係をグラフで表すと、傾きが一定になるので、直線になります。したがって、曲線のグラフは、「一定の割合で下がる」とは言えません。したがって、イの反比例は当てはまりません。

つぎは、**いつでもいえる関係**がポイントです。

「ｘとｙの和や差は一定である」が、いつでも言えるかを考えます。ある高度の気温は、日によっても、時間によっても変わります。したがって、ｘとｙの和や差がいつでも一定であるとは言えません。したがって、エとオは当てはまりません。また、比例の関係について考えると、高度０ｍのとき気温が０℃（ｘ＝０のときｙ＝０）はいつでもいえる関係ではありません。つまり、必ず原点を通るグラフにはならないということです。よって、アも当てはまりません。

ポイント！

1　言葉で表現された関数が、どのような関数であるかを判断する問題は、式に表す活動を通して判断する活動が多いので、それぞれのグラフをイメージしながら考えるとよいでしょう。

2　反比例をｘの値が増加すれば、ｙの値が減少すると断定的に理解している場合も多いようです。比例、反比例、一次関数について、グラフの例を参考に違いを比べましょう。

3　高さと気温の関係については、教科書で扱っています。該当のページを開いて、参考にしましょう。

平成２０年度全国学力・学習状況調査より

問題５（３）のワークシートの解答

①問題をつかもう

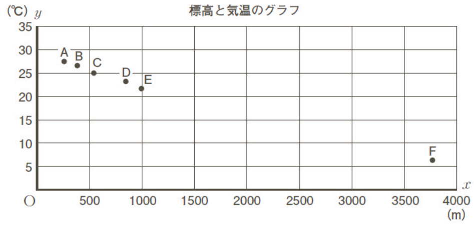
☆何を求めたらいいのかな。

→６合目のおよその気温を求める方法を説明する問題です。

観測所の標高と 2007 年 8 月の平均気温　（気象庁調べ）

観 測 所	標高(m)	平均気温(℃)	観 測 所	標高(m)	平均気温(℃)
A (甲　府)	273	27.7	D (河口湖)	860	23.3
B (勝　沼)	394	26.7	E (山　中)	992	21.7
C (古　関)	552	24.9	F (富士山)	3775	6.4

標高と気温のグラフ



②自分の力でできるかな。

（まず、自分で解いてみましょう。）

説明

③を参照

③　こんなふうに考えるといいよ。

④　答えをかこう。

【その１】

標高と気温のグラフの点Ｄと点 E を 直線 で結び、ｘ＝ 2500 のときのｙの値を読み取れば、６合目のおよそ気温を求めることができます。〔グラフを使って〕

【その２】

観測所の標高と 2007 年８月の平均気温の表の２点Ｄ、Ｆの値を使って、ｘとｙの関係を 一次関数 の式で表し、ｘ＝ 2500 を 代入 し、ｙの値を求めると、６合目のおよその気温を求めることができます。

〔一次関数の式を使って〕

問題５（３）の解説

この問題は、「高さが高くなるのにともなって、気温が一定の割合で下がる」ことから一次関数とみなし、表やグラフのＤとＦのデータを用いて、６合目のおよその気温を求める方法を説明する問題です。

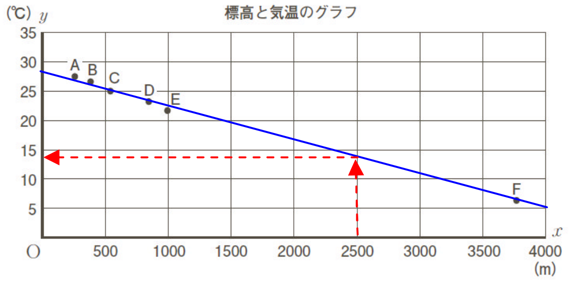
求める方法を、次の２通りで解説します。
①グラフを活用する方法
②式を活用する方法

①グラフを活用する方法
・右の図で、グラフ上の２点Ｄ、Ｆを通る直線をひき、ｘ座標が 2500 のときの、ｙ座標を読み取る。

観測所の標高と 2007 年８月の平均気温　（気象庁調べ）

観 測 所	標高 (m)	平均気温 (℃)	観 測 所	標高 (m)	平均気温 (℃)
A (甲　府)	273	27.7	D (河口湖)	860	23.3
B (勝　沼)	394	26.7	E (山　中)	992	21.7
C (古　関)	552	24.9	F (富士山)	3775	6.4

標高と気温のグラフ



②式を活用する方法
・観測所の標高と 2007 年８月の平均気温の表から、点Ｄ（860、23.3）、Ｆ（3775、6.4）から、一次関数の式を求め、ｘ＝2500 を代入して、ｙの値を求める。

ポイント！

1　「実際に気温を求める必要はありません」とあります。実際に求めると数値が複雑になります。そこで、これまで学習した「参考」のような場面を思い出しましょう。
2　具体的な場面での問題解決では、理科第１分野の「電圧と電流の関係を調べる実験」で、実験結果を処理する際に、点の並び具合を見て線を引き、測定値以外の点について、その値を推測する学習活動がありますね。このように、数学の考え方は様々な場面で活用することができます。