

【資料】

## 湖沼水質の簡易シミュレーション計算プログラムの作成と児島湖水質への適用

Creation of a Simple Simulation Calculation Program for Lakes and  
Application to the Water Quality of Lake Kojima

藤田和男, 藤本佳恵, 林ひかる, 小川知也, 吉岡敏行

FUJITA Kazuo, FUJIMOTO Kae, HAYASHI Hikaru, OGAWA Tomoya,  
YOSHIOKA Toshiyuki

### 要 旨

湖沼水質をシミュレーション計算する簡易なプログラムを作成し、児島湖水質への適用を検討した。本プログラムは市販の表計算ソフト上で動作し、利用者が容易に流入水質など変数を入力操作でき、様々なケースを試算、分析することができる。シミュレーションモデルの構成要素を藻類、溶存態成分、懸濁態成分及び底泥とし、児島湖水質のシミュレーション計算の正確度をMAE（平均絶対誤差）及びMAPE（平均絶対誤差率）により評価したところ、CODが0.26 mg/Lで3.6 %、全窒素が0.11 mg/Lで10 %、全りんが0.011 mg/Lで5.8 %であり、誤差は小さく、水質の再現性は良好であった。

[キーワード：COD, 窒素, りん, シミュレーション計算]

[Key words : COD, Nitrogen, Phosphorus, Simulation Calculation]

### 1 はじめに

湖沼水質の現状分析と将来予測のためにはシミュレーション計算が有効とされるが、特殊な数値計算プログラム等により構築されていることが多く、シミュレーション計算の知識を有する経験者でないと扱い難いという問題がある。水質の再現性を確保した上で、各汚濁要因が水質に影響する度合いについて把握することが可能であり、かつ、作成者以外の第三者が容易に操作できるシミュレーションプログラムの開発が期待されていた。

筆者らは、これまでに児島湖の水質を再現するプログラムを作成し報告してきた<sup>1-3)</sup>が、プログラムを専門の数値計算ソフト（フランス国立情報学自動制御研究所INRIA製、以下「Scilab」という。）上で動作させる必要があり、第三者が扱いにくいものであった。そこで今回、従来のものよりも使い易く、マイクロソフト社製エクセル2016 ©（以下「表計算ソフト」という）上で動作する、新たな簡易シミュレーション計算プログラムを作成することとした。作成に当たり、(1) 実測値と試算値の比較が容易にできるグラフの表示機能がある、(2) 利用者が流入水の水質など各変数を容易に変更でき、速やかに試算結果に反映できる、(3) プログラム独自の関数を使わず四則演算と三角関数を用いて計算する、などの機能面の改善を目指した。本プログラムにより児島湖水質の再

現を試みた結果、湖内水質の変動を季節変化も含めて誤差の少ない計算結果が得られたので、このプログラムの特徴やシミュレーション計算結果等を報告する。

### 2 材料及び方法

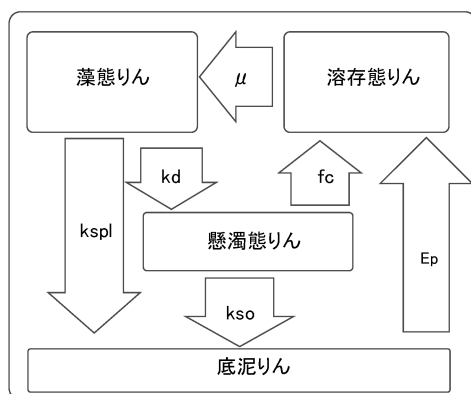
#### 2.1 プログラムの作成

シミュレーション計算する水質項目は、COD、全窒素及び全りんである。

まず、表1に示す定数値や変数に初期値を与えると行列に従って時々刻々と変化する様子を計算する基本的なプログラムを表計算ソフト上で作成した。また、これを、構成要素は藻類、溶存態成分、懸濁態成分及び底泥の4種類とする湖沼生態系シミュレーションモデル(以下「生態系モデル」という。)のシミュレーション計算に適用した。図1に、栄養塩をりんのみとし、外部からの流入水がないと仮定した簡易なモデルの試算結果を示す。りんを藻類が吸収して、増殖、死滅、分解、底泥への沈降、底泥からりんの溶出が起こる生態系モデルを想定し、生態系モデル中の4個の要素（溶存態りん、藻態りん、底泥りん、懸濁態りん）を、4行4列の行列を計算するプログラムに当てはめた。

生態系モデルと計算手順のフロー図を図1(a)に示す。初期値（溶存態りん、藻態りん、底泥りん、懸濁態りん）

(a) 簡易モデルと計算手順



① 上記のモデル中の各要素の変化速度は、以下の行列の式の左辺第1項に初期値をかけることで計算される。

$$\begin{pmatrix} 0 & -\mu & Ep & fc \\ 0 & \mu - kspl - kd & 0 & 0 \\ 0 & kspl & -Ep & kso \\ 0 & kd & 0 & -kso - fc \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{溶存りん} \\ \text{藻態りん} \\ \text{底泥りん} \\ \text{懸濁りん} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{溶存りん変化速度} \\ \text{藻態りん変化速度} \\ \text{底泥りん変化速度} \\ \text{懸濁りん変化速度} \end{pmatrix}$$

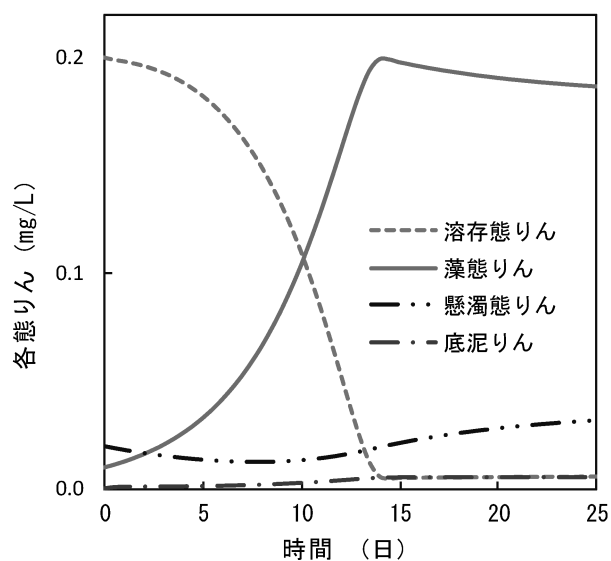
μ は  $\mu_{max} \cdot P / (K_p + P)$ , Pは溶存態りんとする。

② 変化速度に時間（1日）を掛けて1日当たりの変化量を求める。

③ 初期値に変化量を加えて1日後の値を求める。これを新たな初期値とする。

①～③の計算を繰り返す。

(b) 計算結果



計算条件		
初期値		
溶存態りん	(mg/L)	0.2
藻態りん	(mg/L)	0.01
底泥りん	(mg/L)	0
懸濁態りん	(mg/L)	0.02
定数値		
μ max	(1/day)	0.35
kp	(mg/L)	0.02
kd	(1/day)	0.02
kspl	(1/day)	0.06
kso	(1/day)	0.08
fc	(1/day)	0.02
Ep	(1/day)	2.5

図1 簡易なモデル, 計算式及び試算結果

を与えると、各値の変化速度は行列の数式（図1 (a) ①）で計算され、これに時間（例えば1日）を掛けて変化量が求められる（図1 (a) ②）。この変化量を初期値に加えて1日後の値を求める（図1 (a) ③）。これを新たな初期値として同様の計算を繰り返し、各値（溶存態りん、藻態りん、底泥りん、懸濁態りん）の時々刻々の変化を試算する。

次に、シミュレーション計算を行うために、気温、日射量、平均滞留時間、水深、流入水の水質（COD、全窒素及び全りん。以下同じ。）及び水量の変化を表す数式等を書き加えた。このうち気温は藻類の増殖速度と死滅速度、底泥からの栄養塩の溶出速度に影響し、日射量は藻類の増殖に影響する。水深により水域の単位面積当たりの容積が決定され、底泥から溶出した栄養塩による水質への影響が計算される。また流入水により湖水の一

部が入れ替わるが、これによる水質への影響を流入水の水質と平均滞留時間から計算する。

設定項目は、表1に示す各定数（藻類の増殖や死滅に関する7定数、藻類や懸濁態成分の沈降に関する2定数、懸濁態成分の分解や無機態窒素の脱窒に関する2定数、底泥からの溶出に関する6定数）と変数（気温、日射量、平均滞留時間、水深及び流入河川水質）である。任意の数値を入力すると湖内の水質の変化が計算され、グラフが表示される。

生態系モデル中の構成要素は、図1と同様に藻類、溶存態成分、懸濁態成分及び底泥の4種類であり、図2に水中のCOD、全窒素及び全りんについてこれらの構成要素の関連等を示す。計算に伴う離散化誤差を低減するために4次のルンゲ・クッタ法<sup>4)</sup>を適用した。

表1 定数及び変数

(定数)

記号	項目名	設定値	参考値	
			文献 5)	文献 3)
(藻類の増殖や死滅に関する7定数)				
$\mu$ max	最大比増殖速度	0.35	0.35	0.35
kn	窒素飽和定数	0.3	0.3	0.014
kp	リン飽和定数	0.02	0.02	0.003
Ki	日射量飽和定数	100	100	100
Ts	増殖に最適な水温	15	12	15
kd	藻類死滅速度	0.02	0.02	0~0.24
$\theta$ d	死滅に係る温度係数	1.01	-	-
(藻類や懸濁態成分の沈降に関する2定数)				
kspl	藻類の沈降速度	0.06	0.01	0.06
kso	懸濁物の沈降速度	0.08	0.08	0.08
(懸濁態成分の分解や無機態窒素の脱窒に関する2定数)				
fc	懸濁態成分分解速度	0.02	0.02	0.02
KD	脱窒速度係数	0.08	0.08	0.045
(底泥からの溶出に関する6定数)				
Ec	COD溶出速度係数	70	-	-
$\theta$ c	COD溶出に係る温度補正係数	1.05	-	1.00
En	窒素溶出速度係数	82	-	-
$\theta$ n	窒素溶出に係る温度補正係数	1.03	-	1.03
Ep	りん溶出速度係数	2.5	-	-
$\theta$ p	りん溶出に係る温度補正係数	1.003	-	1.12

(変数)

気温

日射量

平均滞留時間

水深

流入河川の水質と水量

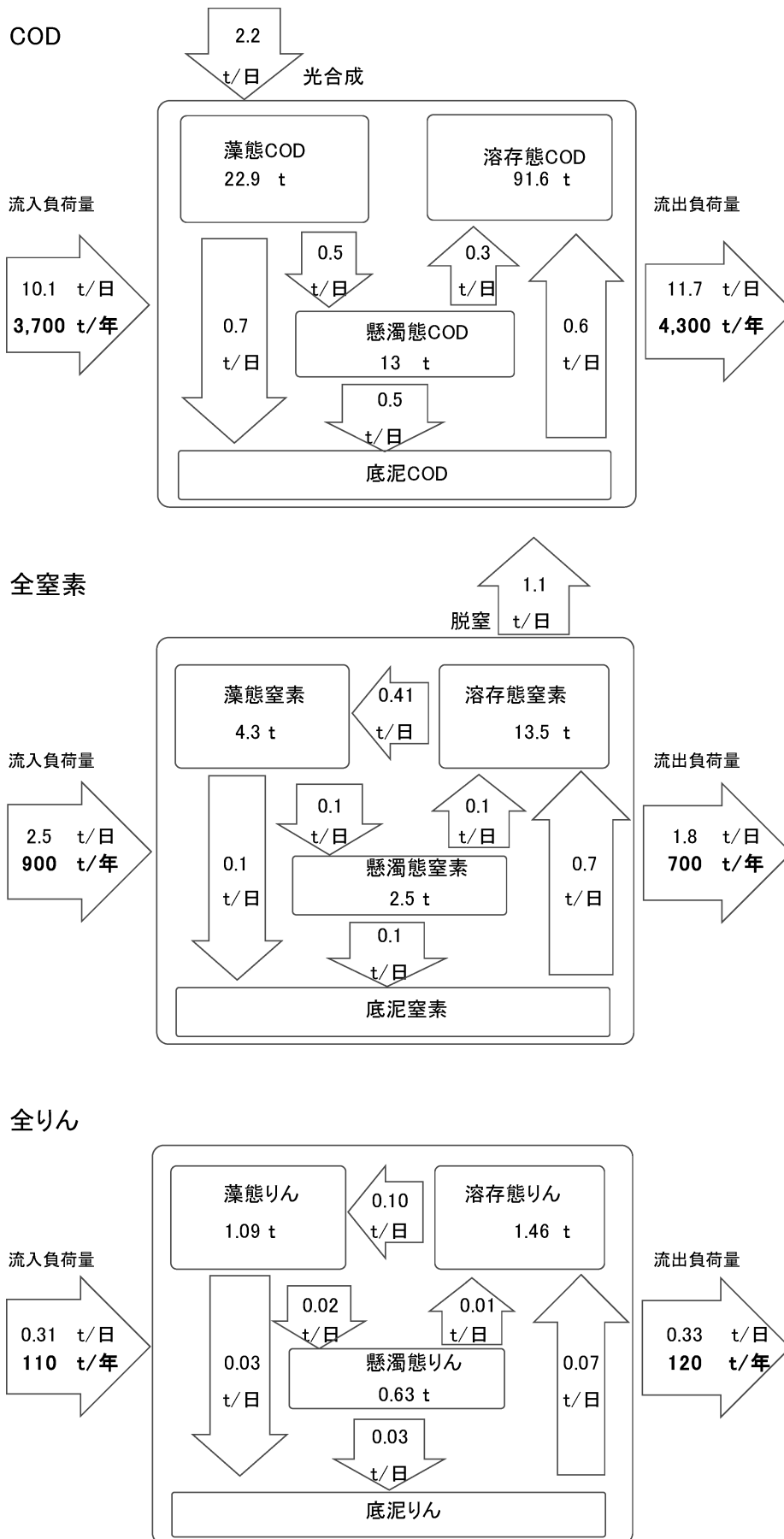


図2 生態系モデル及び物質収支

## 2.2 児島湖水質への適用

上述で作成したプログラムで、児島湖水質を現況再現するために、各定数と変数を以下のように設定した。

式中の各定数は、概ね文献値<sup>5), 6)</sup>を参考に表1のとおり設定した。底泥からの溶出速度に関する定数の一部で上記文献に示されていないものは、これまで行った溶出に関する調査<sup>7)</sup>を参考とした。また、底泥からの溶出速度に関する定数は、児島湖から流出する負荷量の試算に大きく影響する一方、この負荷量は実測値から推算されることから、物質収支の試算値が実測値とほぼ等しくなるように、溶出速度に関する定数値を設定した。例えば、表1に示す定数を用いる場合、COD溶出速度係数 $E_c$ の値が1増加すると、年間のCOD溶出量は3.0 t/年増加する。一方、CODの流出負荷量はCODの実測値と流量推計値<sup>4)</sup>から4,300 t/年(図2)と推計されており、推計値と試算結果が同値となるように $E_c$ を設定した。窒素とりんの溶出速度係数( $E_n$ と $E_p$ )も同様に設定した。これによりCOD、全窒素及び全りんの試算値の年平均値は実測値とほぼ同じ値となるが、月毎の増減のパターンはその他の定数値等にも依存するので、試算値と実測値の季節変化の形状は必ずしも同様となるとは限らないことに留意する必要がある。

気温、日射量、平均滞留時間、水深及び流入河川水質は、年度毎に似た増減を繰り返す傾向が見られることから、既報<sup>1), 9)</sup>と同様に年間の変動の様子を周期的なパターンの解析に用いられる次のフーリエ級数<sup>10)</sup>により近似した。

$$Y = a_0 + (c_1 + c_2 i) e^{ni\theta}$$

ここでYは気温、日射量、平均滞留時間、水深又は流入河川水質(COD、全窒素又は全りん)、 $a_0$ 、 $c_1$ 及び $c_2$ :係数、 $n$ :次数、 $i$ :虚数単位、 $\theta: 2\pi t$ でtは時間(year)である。平均水深は、かんがい期2.1 m、非かんがい期1.8 m<sup>8)</sup>となるように近似した。水質(COD、全窒素又は全りん)の数式を図3中に示す。

シミュレーション計算の再現性は、MAE (Mean Absolute Error, 平均絶対誤差) 及びMAPE (Mean Absolute Percentage Error, 平均絶対誤差率)<sup>11)</sup>で評価した。MAEは誤差(個々の実測値と試算値の差)の平均値で、以下の式で計算され、この値が小さいほど試算値の再現性が高いと評価される。

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |C_i - M_i|$$

ここで $C_i$ : 試算値 (mg/L),  $M_i$ : 実測値 (mg/L),

$n$ : データ数である。

また、MAPEは誤差の大きさを、実測値に対する比率(%)で表し、以下の式で計算され、この値が小さい程、試算値の誤差の割合が小さいことを表す。

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{C_i - M_i}{M_i} \right|$$

## 3 結果及び考察

### 3.1 プログラム

本プログラムでは、表1の定数値一覧が表示され、これに基づいた物質収支、シミュレーション計算結果のグラフ(図2及び図3)が表示されるものとした。

表1の定数値を任意の値に書き換えると、これに応じて再計算され、図2中の物質収支の値や、図3中の水質シミュレーション計算のプロットが変化し、流入水の水質等の数式を任意の比率で増減させた場合も同様に再計算され、視覚的に容易に計算結果が理解できるものであった。

### 3.2 児島湖の水質試算結果

主な流入河川である笹ヶ瀬川と倉敷川の10年間(平成20~29年度)の水質の実測値と本プログラムにより求めた近似値の例を図3に示す。これらの変数を用いて児島湖の実測値の10年間の平均値を試算したところ、CODが7.2 mg/L、全窒素が1.2 mg/L、全りんが0.18 mg/Lであった。

COD、全窒素及び全りんの各試算(10年間の年度毎の平均値、 $n=10$ )の実測値からの誤差は、MAEで見るとCODが0.26 mg/L、全窒素が0.11 mg/L、全りんが0.011 mg/Lであった。誤差率をMAPEで評価したところ、CODが3.6%、全窒素が10%、全りんが5.8%で、誤差の小さい計算結果が得られた。同時期(平成20~29年度)の他の文献値<sup>4)</sup>(シミュレーション計算結果)についてMAEを計算すると、CODが0.34 mg/L、全窒素が0.070 mg/L、全りんが0.018 mg/Lで、MAPEはCODが4.7%、全窒素が6.5%、全りんが9.6%で、試算値は文献値とほぼ同等の値であった。

Scilabにより、今回とほぼ同じ条件で試算したところ、両プログラム間の10年間分の試算値( $n=3652$ )のMAPEはCODが0.3%、全窒素が1.6%、全りんが0.9%で、両試算値はほとんど同じ値を示し、季節変動のパターンに差はなく、2つのプログラムでは再現性の優劣は見られなかった。

更に本プログラムは、流入水の水質が変化した場合の、湖内の水質の変化を試算が可能であり、流入水の水質が変化した場合の湖内水質の変化の試算例を図4に示す。図中の実線（試算値1）は流入水の水質に変化がない場合、破線（試算値2）は主な流入河川である笹ヶ瀬川と倉敷川の全窒素と全りん濃度が50%低下した場合を表す。全りんの10年間の平均値は、試算値1で0.18 mg/Lに対し試算値2では0.13 mg/Lで、30%ほどの低下にとどまっているが、その主な理由は夏期の底泥からの溶

出の影響が大きいことと考えられる。全窒素についても同様に、試算値2では溶出の影響が大きく、20%ほどの低下にとどまっている。CODの10年間の年平均値は、試算値1で7.2 mg/Lに対し試算値2では6.7 mg/Lで、低下は10%程度と低かった。その理由は、全窒素及び全りんの低下により藻類の増殖は約40%低減するが、藻類や藻類由来の懸濁態CODのCOD全体に占める割合は20%程度であるため、COD全体への影響が小さくなったと考えられる。

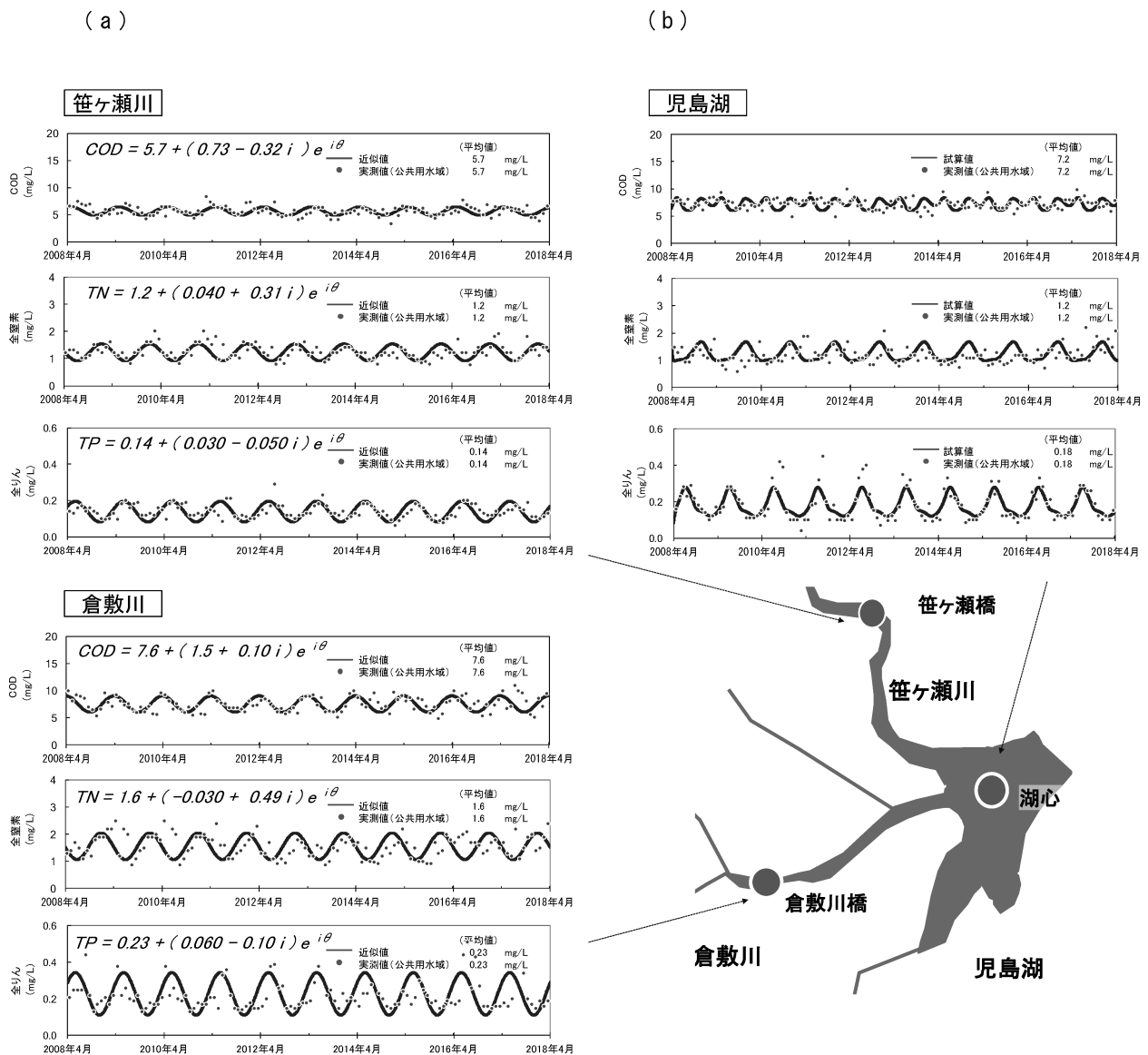


図3 流入河川水の水質（近似値）及び児島湖の水質（試算値）

(a) 笹ヶ瀬川と倉敷川 ●：実測値，－：近似値（図中の数式：近似式）

(b) 児島湖 ●：実測値，－：試算値

※（平均値）は10年間の平均値を示す。

生態系モデルの構成要素について、一般に栄養塩と藻類は必ず必要であるが、動物プランクトン、懸濁態成分、溶存態成分は湖沼の生態系での位置付けやモデルの簡便化等の観点から考慮される場合とされない場合がある<sup>12)</sup>。

今回の生態系モデルで構成要素に動物プランクトンを含めていない理由は、動物プランクトンは、汚濁の進んだ湖沼では水質への寄与が小さいこと<sup>13)</sup>、また過去の見島湖の報告<sup>4), 6)</sup>においても動物プランクトンを含めていないことと整合をとったものである。

しかし、本プログラムを他の湖沼や水域に適用するときに、動物プランクトンによる水質への影響が大きいと予想される場合や、動物プランクトン以上の高次生産者の解析を行う場合には、生態系モデルの構成要素を追加する必要があるものと考えられる。

本プログラムは、Scilabと同等のシミュレーション計算が可能な上、流入水の水質が変化した場合の試算にも対応できる。また、専用のプログラムソフトに依存する関数を使わず計算しているため、この計算手順を他のプ

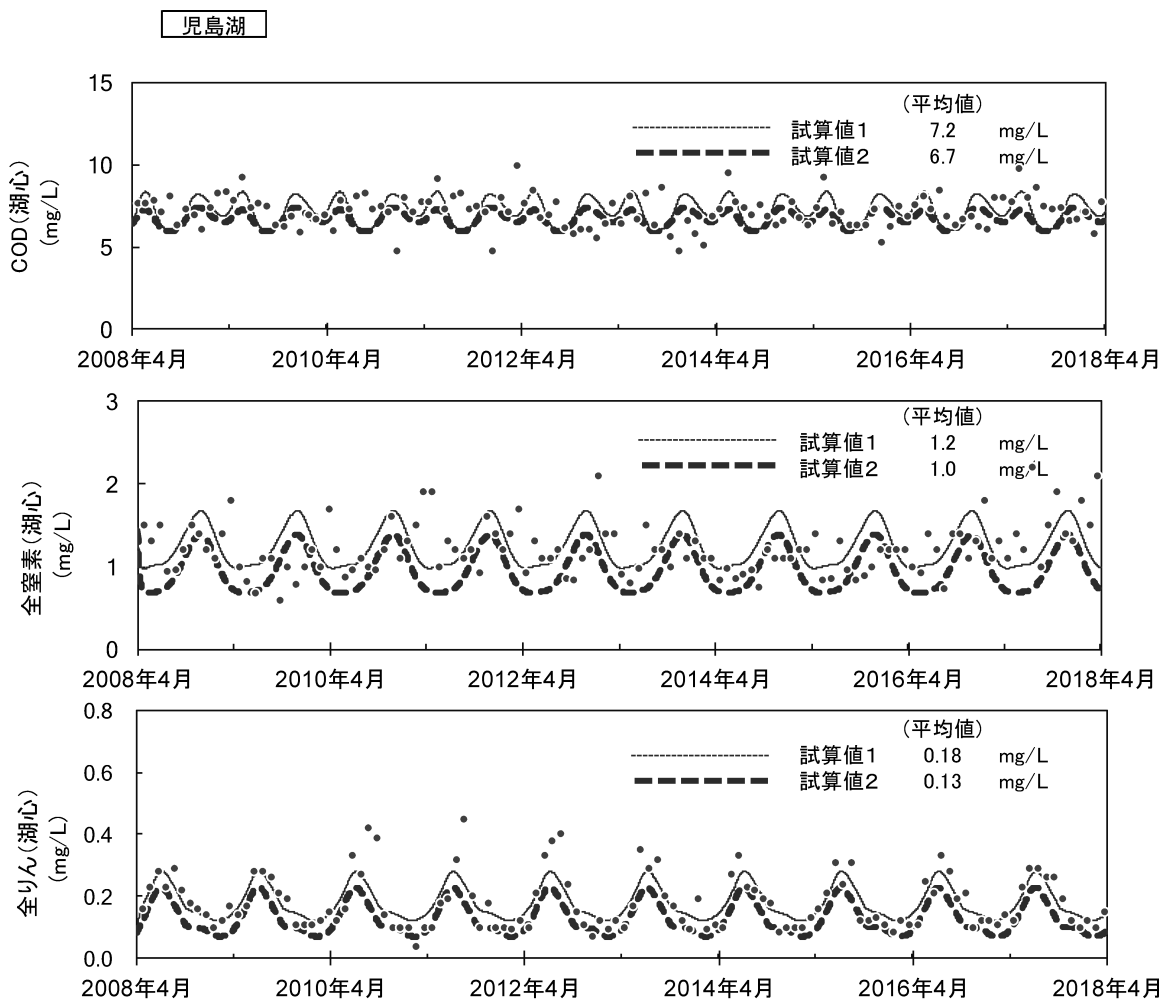


図4 シミュレーション計算例

- : 試算値 1 (図 3 と同じ入力条件),
- ..... : 試算値 2 (流入河川の全窒素と全りん濃度を 50%に低減した場合)
- : 実測値

※ (平均值) は 10 年間の平均値を示す。

プログラムソフトの書式に書き換えることにより、表計算ソフト以外のプログラムソフト上でも動作可能である。このことから、湖沼水質の評価に有用なツールとなるものと考えられる。更なる有効な活用について検討していくこととしている。

#### 4 まとめ

表計算ソフトを用いて湖沼水質のシミュレーション計算を行う簡易なプログラムを作成し、MAEとMAPEで評価した。生態系モデルの構成要素は、藻類、溶存態成分、懸濁態成分及び底泥とした。また、定数は、藻類の増殖や死滅に関する7定数、藻類や懸濁態成分の沈降に関する2定数、懸濁態成分の分解や無機態窒素の脱窒に関する2定数、底泥からの溶出に関する6定数とし、変数である気温、日射量、平均滞留時間、水深及び流入河川水質は、フーリエ級数により近似した。過去10年間(平成20～29年度)の児島湖水質のシミュレーション計算を評価したところ、MAEはCOD 0.26 mg/L、全窒素 0.11 mg/L、全りん 0.011 mg/L、MAPEは、COD 3.6 %、全窒素10 %、全りん5.8 %であり、本プログラムで誤差の小さい計算結果が得られた。

#### 文 献

- 1) 藤田和男, 難波あゆみ, 河野裕明, 山本 淳: 児島湖流域の水質シミュレーション計算(2), 岡山県環境保健センター年報, 37, 51-60, 2013
- 2) 藤田和男, 小川知也, 吉岡敏行, 児島湖流域の水質シミュレーション計算モデルについての考察, 第54回日本水環境学会年会講演集, 2020
- 3) 藤田和男, 難波 勉, 難波あゆみ, 鷹野 洋, 板谷 勉: 児島湖流域の水質シミュレーション計算, 岡山県環境保健センター年報, 36, 25-34, 2012
- 4) 川上一郎: 数値計算, 156, 岩波書店, 東京, 1989
- 5) 岡山県: 平成30年度指定湖沼汚濁負荷量削減状況調査報告書, 2019
- 6) 岡山県: 平成18年度指定湖沼汚濁負荷量削減状況調査報告書, 2007
- 7) 藤田和男, 難波あゆみ, 河野裕明, 中野拓也, 山本 淳: 児島湖及び流入河川底泥からのリンの溶出速度について, 岡山県環境保健センター年報, 38, 15-27, 2014
- 8) 岡山県: 児島湖ハンドブック, 2020
- 9) 藤田和男, 小川知也, 吉岡敏行: 児島湖流入河川の水質についての一考察 —水質データのモデル化と

汚濁負荷量の検討—, 全国環境研会誌, 44(2), 49-54, 2019

- 10) 櫻井鉄也: MATLAB/Scilabで理解する数値計算, 東京大学出版会, 東京, 2003
- 11) 西村宗倫, 川崎将生, 斎藤泰久, 橋本健志: 水循環解析におけるモデルの設定および再現性の検証事例の報告 -福井県大野盆地における事例-, 地下水学会誌, 59, (2), 125-158, 2017
- 12) 岩佐義朗: 湖沼工学, 305, 山海堂, 東京, 1990
- 13) 杓掛洋志: 湖沼における水質シミュレーションモデルの役割, i-net, 11, 2005