

平成28年度学力定着状況たしかめテスト

中 2 数学 B

解説資料


注：本資料は、国立教育政策研究所発行の解説資料
をまとめ直したものです。

したがって、問題番号、ページ番号等は、全国学
力・学習状況調査の実施時のものとなっています。

学力定着状況たしかめテスト 1

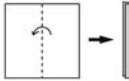
1 事象の数学的な解釈と判断（紋切り遊び）

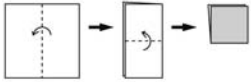
1 江戸時代から親しまれてきた遊びに「紋切り遊び」があります。正方形の紙を何度か折り重ね、その紙を切って開くと、きれいな模様を切り絵ができます。その遊び方には、次のようなものがあります。

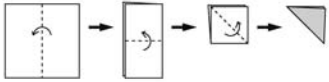


遊び方

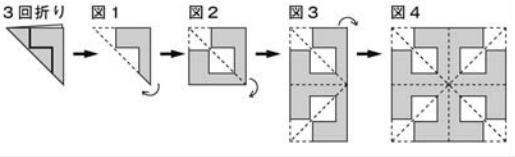
正方形の紙を、下の図の1回折り、2回折り、3回折りのいずれかの折り方で折ります。

1回折り 

2回折り 

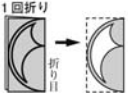
3回折り 






例えば、下の図の3回折りの紙を太線（——）で切り、図1から図2、図3のように順に開いていくと、図4の模様ができます。



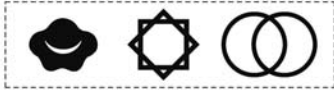
次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。


(1) 右の図の1回折りの紙を太線で切って開きます。このときにできる模様が、下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。








ア  イ  ウ  エ  オ 

(2) 「紋切り遊び」のできる模様を集めたグループは、下のア、イのどちらですか。それを選びなさい。また、これらの模様を参考に、「紋切り遊び」のできる模様だけにみられる図形の性質を説明しなさい。

ア 

イ 

(3) 下のアからオまでの中に、3回折りの紙を切って開いた模様があります。それを1つ選びなさい。

ア  イ  ウ  エ  オ 

1 出題の趣旨

与えられた情報をよみ、次のことができるかどうかをみる。

- ・事象を図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえること
- ・事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明すること
- ・事象を数学的に解釈すること

「紋切り遊び」の遊び方をもとに、1回折りや3回折りの紙を切って開いたときにできる模様を指摘し、「紋切り遊び」のできる模様だけにみられる図形の性質を説明する問題である。この問題では、「紋切り遊び」の遊び方やそれによってできる模様の特徴を的確にとらえ、その特徴を数学的な表現を用いて説明したり、解釈したりすることが必要である。

2 各設問の趣旨

設問(1) 与えられた「紋切り遊び」の1回折りの紙を切って、それを開いたときにできる模様を指摘する問題である。ここでは、「紋切り遊び」の遊び方に書かれていることを図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえることが求められる。1回折りの紙を切って開いたときにできる模様として、折り目の両側がぴったりと重なる模様を指摘できるかどうかをみるものである。

設問(2) 「紋切り遊び」でできる模様を集めたグループを指摘し、「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形の性質を説明する問題である。ここでは、「紋切り遊び」でできる模様の特徴を的確にとらえ、数学的な表現を用いて説明することが求められる。「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形の性質として、対称軸をもつことなどを記述できるかどうかをみるものである。

設問(3) 「紋切り遊び」で、3回折りの紙を切って開いたときにできる模様を指摘する問題である。ここでは、「紋切り遊び」の遊び方やそれによってできる模様の特徴を数学的に解釈することが求められる。3回折りの紙を切って開いたときにできる模様の対称軸は4本であることをもとにして、その模様を指摘できるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第1学年 B 図形

(1) 基本的な図形を見通しをもって作図する能力を伸ばすとともに、平面図形についての理解を深める。

ア 線対称，点対称の意味を理解するとともに，対称性に着目して平面図形についての直観的な見方や考え方を深めること。

■評価の観点

設問(1) 数量，図形などについての知識・理解

設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 エ

■解説 1回折りの模様は、折り目の両側がぴったりと重なるので線対称な図形である。したがって、エになる。

設問(2) ■正答 アを選択し、次のような説明を記述しているもの。
(例) 「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形の性質は、対称軸をもつことである。

■解説

- ①アを選択し、次の(a), (b)を記述しているものを正答(◎)とする。
(a)『紋切り遊び』でできる模様だけにみられる図形の性質は」などの主部。
(b)「対称軸をもつ」や「線対称である」などの述部。
- ②(b)のみを記述しているものは、線対称についての性質を示しているので、正答(○)とする。
- ③上記①, ②で、(b)を「左右対称」のように記述しているものは、線対称についての性質を把握できていると判断できるので、正答(○)とする。
- ④上記①, ②で、(b)を「折るとぴったり重なる。」というような操作的な表現で記述しているものは、この表現によって線対称についての性質を示していると判断できるので、正答(○)とする。

設問(3) ■正答 ウ

■解説 3回折りの紙を切って開いた模様は、対称軸を4本もつ。選択肢の中で対称軸を4本もつものは、ウになる。

4 学習指導に当たって

実生活の場面では、日常的な事象を図形に着目して観察し、考察することが必要になることがある。その際、事象を図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえ、数学的な表現を用いて説明することが大切である。そうすることで、数学を用いて事象をとらえ直すことができるようになる。

① 日常的な事象を図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえられるようにする

実生活の場面で見ると日常的な事象を形や大きさ、位置関係に着目して観察し、その特徴をとらえることは大切である。そのように図形に着目して観察することで、図形の性質を用いて特徴をよりの確にとらえたり、問題を解決したりすることができるようになる。

指導に当たっては、日常的な事象を図形に着目して観察したり、紙や模型などを実際に操作したりする活動を取り入れることで、その特徴をとらえられるようにすることが必要である。例えば、本問題のように、実際に「紋切り遊び」を試してできた模様を、図形としてどんな特徴が見いだせるかを確かめる活動を取り入れることは有効である。さらに、見いだした特徴をもとに、「紋切り遊び」でできる図形を身の回りから見つけたり、自分で考えたりする活動も考えられる。このような活動を通して、様々な日常的な事象を数学的にとらえようとする意欲や態度を養う場面を設定することも大切である。

② 事柄の特徴を的確にとらえ数学的な表現を用いて説明できるようにする

日常的な事象を観察し、成り立つ数学的な事柄を指摘し、それを数学的な表現を用いて説明することが大切である。数学的な表現を用いることで、事象の特徴が明確になる。

指導に当たっては、日常的な事象を数学化する過程において、事象の観察を通して把握した事柄を記述したり、発表したりして、その表現を数学的に洗練していく活動を取り入れることが必要である。例えば、設問(2)で、「合同な部分がある。」や「折ってぴったり重なる。」という説明にとどまらず、「対称軸をもつ。」、「線対称である。」などの数学的な表現を用いて説明する活動を取り入れることが考えられる。そうすることで、設問(3)のような問題を対称軸の本数に着目して考えることができるようになる。

③ 数学を用いて事象をとらえ直すことができるようにする

日常的な事象について、成り立つ数学的な事柄をとらえ、それを用いて事象をとらえ直すことが大切である。そうすることによって、事象についての新たな事実を見いだすことができる。

指導に当たっては、日常的な事象における数学的な事柄を指摘するだけでなく、それらを用いて、事象をとらえ直して考察したり、新たな事実を見いだしたりする活動を取り入れることが必要である。例えば、設問(3)で、3回折りのできる模様に対称軸をかき入れ、3回折りのできる模様は対称軸が4本になることや、8つの合同な図形に分けられることなど、新たな事実を見いだす活動を取り入れることが考えられる。また、2回折りのできる模様は点対称な図形でもあるなど、対称性の観点から考察を深められるようにすることも考えられる。

学力定着状況たしかめテスト 2

数学B 2 発展的に考え、予想すること（位を入れかえた数）

2 太郎さんは、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差がどんな数になるかを調べています。

調べたこと

41	のとき	$41 - 14 = 27 = 9 \times 3$
53	のとき	$53 - 35 = 18 = 9 \times 2$
28	のとき	$28 - 82 = -54 = 9 \times (-6)$

上の調べたことで、2つの数の差が9と整数の積になっていることから、太郎さんは、次のことを予想しました。

予想

2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、9の倍数になる。

77のときは、
 $77 - 77 = 0 = 9 \times 0$
 予想どおり、このときも9の倍数になっている。

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 前ページの予想がいつでも成り立つことを説明します。下の説明を完成しなさい。

9の倍数であることを説明するには、9と整数の積になることをいえばいいんだ。

説明

2けたの自然数の十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、2けたの自然数は、 $10x + y$
 十の位の数と一の位の数を入れかえた数は、 $10y + x$ と表される。
 したがって、それらの差は、

$(10x + y) - (10y + x) =$

(2) 太郎さんは、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は、どんな数になるかを考えてみたいと思い、いくつかの場合を調べました。

21	のとき	$21 + 12 = 33$
35	のとき	$35 + 53 = 88$
48	のとき	$48 + 84 = 132$
		⋮

これらのことから、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和について、どのようなことが予想できますか。前ページの予想のように、「〜は、〜になる」という形で書きなさい。

1. 出題の趣旨

見いだされた事柄について、次のことができるかどうかをみる。

- ・事柄が成り立つ理由を、方針に基づいて説明すること
- ・発展的に考え、見いだした事柄を説明すること

数に関する性質を考察する場面においては、成り立ちそうな事柄を予想し、事柄が成り立つ理由を説明し、問題の条件を変えるなどして、その事柄と説明を基に発展的に考えることが大切である。

本問題では、「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数」の差や和について予想する場面を取り上げた。具体的には、差について予想した事柄が成り立つことを文字式を用いて説明し、さらに、条件を差から和に変えて発展的に考え、新たに見いだした事柄を数学的に表現できるようになる文脈を設定した。

設問(1)は、平成20年度数学B 2(2) (正答率39.7%)、平成24年度数学B 2(1) (正答率38.8%)と同趣旨の問題であり、「事柄が成り立つ理由を示された方針に基づいて説明すること」について課題がみられたことから、その学習の状況の変化を把握するために出題した。

設問(2)は、平成20年度数学B 2(3) (正答率49.2%)と同趣旨の問題であり、「4年間のまとめ【中学校編】」において取り上げられている「予想した事柄を数学的な表現を用いて説明すること」についての課題を受けて出題した。なお、同様の課題は、平成24年度数学B 2(2) (正答率57.0%)でもみられた。

2. 解説

設問(1)

趣旨

事柄が成り立つ理由を、示された方針に基づいて説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 A 数と式

- (1) 具体的な事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。
- イ 文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解すること。
- ウ 目的に応じて、簡単な式を変形すること。

■評価の観点

数学的な見方や考え方

解答類型

問題番号	解答類型	正答
②	(1) (正答の条件) $< 9(x-y)$ と計算している場合 次の (a), (b) を記述している。 (a) $x-y$ は整数だから, (b) $9(x-y)$ は9の倍数である。 $< 9x-9y$ と計算している場合 次の (c), (d) を記述している。 (c) $9x, 9y$ が9の倍数で、9の倍数の差は9の倍数だから, (d) $9x-9y$ は9の倍数である。 ----- (正答例) 例1 $9(x-y)$ $x-y$ は整数だから、 $9(x-y)$ は9の倍数である。 したがって、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、9の倍数である。(解答類型1) 例2 $9x-9y$ $9x, 9y$ が9の倍数で、9の倍数の差は9の倍数だから、 $9x-9y$ は9の倍数である。 したがって、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、9の倍数である。(解答類型5)	
	1	$9(x-y)$ (a), (b) の両方を記述しているもの。 例 $9(x-y)$ $x-y$ は整数だから、 $9(x-y)$ は9の倍数である。

		2	$9(x-y)$ (a), (b)のいずれか一方のみを記述しているもの。 <(a)のみを記述しているもの> 例 $9(x-y)$ $x-y$ は整数だから。	○
		3	<(b)のみを記述しているもの> 例 $9(x-y)$ よって、 $9(x-y)$ は9の倍数である。	○
		4	(a), (b)の両方を記述していないもの。 例 $9(x-y)$ (a), (b)の記述に誤りがあるもの。	
		5	例 $9x-9y$ $x-y$ は自然数なので、 $9(x-y)$ は9の倍数である。	◎
		6	(c), (d)の両方を記述しているもの。 例 $9x-9y$ 9の倍数の差は9の倍数であり、 $9x$, $9y$ が9の倍数だから、 $9x-9y$ は9の倍数である。	◎
		7	(c), (d)のいずれか一方のみを記述しているもの。 <(c)のみを記述しているもの> 例 $9x-9y$ $9x$, $9y$ が9の倍数だから。	○
		8	<(d)のみを記述しているもの> 例 $9x-9y$ よって、 $9x-9y$ は9の倍数である。	
		9	(c), (d)の両方を記述していないもの。 例 $9x-9y$	
		0	(c), (d)の記述に誤りがあるもの。	
			上記以外の解答	
			無解答	

■正答について

2けたの自然数 $10x+y$ と、その数の十の位と一の位を入れかえた数 $10y+x$ の差 $9x-9y$ を $9(x-y)$ と変形し、その式について、「 $x-y$ が整数である。」という根拠と「 $9(x-y)$ は9の倍数である。」という説明すべき事柄の両方を記述することを求めた。なお、 $9x-9y$ と計算し、「それぞれが9の倍数であり、それらの差も9の倍数であることから、 $9x-9y$ は9の倍数である。」と記述しているものも正答とした。

■誤答について

誤答例として、「 $9(x-y)$ $x-y$ は自然数だから、 $9(x-y)$ は9の倍数である。」という記述が想定される。これは、 $x-y$ が負の整数になる場合があることを捉えられていない、または倍数の意味についての理解が十分でないと考えられる。

(参考)

○平成20・24年度調査問題

問題番号	問題の概要	正答率
H20B 2(2)	2けたの自然数と、その数の十の位と一の位を入れかえた数の和が11の倍数になる説明を完成する	39.7%
H24B 2(1)	連続する3つの自然数の和が3の倍数になることを説明する	38.8%

設問(2)

趣旨

発展的に考え、予想した事柄を説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 A 数と式

(1) 具体的な事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

イ 文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解すること。

ウ 目的に応じて、簡単な式を変形すること。

■評価の観点

数学的な見方や考え方

解答類型

問題番号	解答類型	正答
2 (2)	<p>(正答の条件)</p> <p>「$\circ\circ$は、$\diamond\diamond$になる。」という形で、次の(a)、(b)または(a)、(c)の条件を満たし、成り立つ事柄を記述している。</p> <p>(a) $\circ\circ$が、「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和」である。</p> <p>(b) $\diamond\diamond$が、「11の倍数」である。</p> <p>(c) $\diamond\diamond$が、次のいずれかである。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・もとの2けたの自然数の、十の位の数と一の位の数の和の11倍 ・もとの2けたの自然数の、十の位の数と一の位の数の和の倍数 ・百の位の数と一の位の数の和が十の位の数 <p>(正答例)</p> <p>例 2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は、11の倍数になる。(解答類型1)</p>	

1	(a), (b)の条件を満たして記述しているもの。	◎
2	(a)の「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和」に関する記述が十分でなく、(b)の条件を満たして記述しているもの。 例 和は、11の倍数になる。	○
3	(a)の「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和」に関する記述がなく、(b)の条件を満たして記述しているもの。 例 11の倍数になる。	
4	(a), (c)の条件を満たして記述しているもの。 例 2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は、もとの2けたの自然数の、十の位の数と一の位の数の和の11倍になる。	◎
5	(a)の「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和」に関する記述が十分でなく、(c)の条件を満たして記述しているもの。 例 和は、もとの2けたの数の、十の位の数と一の位の数の和の11倍になる。	○
6	(a)の「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和」に関する記述がなく、(c)の条件を満たして記述しているもの。 例 もとの2けたの数の、十の位の数と一の位の数の和の11倍になる。	
7	(a)の条件を満たし、(b), (c)以外に成り立つ事柄を記述しているもの。(a)の「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和」に関する記述が十分でないものを含む。 例 2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は、整数になる。	○
8	「○○は、◇◇になる。」という形で、成り立たない事柄を記述しているもの。(a)の「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和」に関する記述が十分でないものを含む。 例 和は、2けたの自然数になる。	
9	上記以外の解答	
0	無解答	

■正答について

問題文に「『～は、……になる。』という形で書きなさい。」と明示することで、「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数の和」について、「11の倍数になる」ことを見だし、それを「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数の和は、11の倍数になる。」のように、前提とそれによって説明される結論の両方を記述することを求めた。

■誤答について

誤答例として、「和は、奇数である。」という記述が想定される。これは、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和が、偶数になる場合があることを捉えられていないと考えられる。

(参考)

○平成20・24年度調査問題

問題番号	問題の概要	正答率
H20B②(3)	2けたの自然数と、その数の十の位と一の位を入れかえた数の差について予想した事柄を表現する	49.2%
H24B②(2)	連続する3つの偶数の和について予想した事柄を表現する	57.0%

3. 学習指導に当たって

① 事柄を予想することができるようにする

(対象学年：第2学年以上)

数や図形に関する性質を考察する場面では、生徒自らが事柄を予想することができるようにするために、帰納したり類推したりして予想を立て、その予想を明確に表現し確かめる活動を取り入れることが考えられる。

例えば、本問題のように、「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差」について考察する場面を設定することが考えられる。その際、まず、いくつかの場合を調べ「9の倍数になりそうだ。」という予想を立てる。次に、立てた予想を「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、9の倍数になる。」という命題の形で明確に表現する。その上で、立てた予想が他の場合でも成り立つかどうかを確かめる。このような一連の活動において、予想の誤りに気づき予想を見直したり、より確かな予想にしたりできるようにすることが考えられる。

(参照)

「平成24年度【中学校】報告書」P. 301～P. 307

② 事柄が成り立つ理由を説明するための見通しをもつことができるようにする

(対象学年：第2学年以上)

整数の性質などが成り立つ理由を説明する場面では、説明の見通しをもつことができるようにするために、結論を導くために何を明らかにすればよいかについて考察する活動を取り入れることが考えられる。

例えば、本問題のように、「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、9の倍数になる」ことを説明する場面を設定することが考えられる。その際、まず、9の倍数は、 $9 \times (\text{整数})$ と表せることを捉えられるようにする。その上で、「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差が9の倍数になることを示すためには、その差を式に表し、表した式を変形して、その式が $9 \times (\text{整数})$ と表せることを示せばよい。」という見通しをもつことができるようにする。このように、見通しを基に理由を説明することを通して、見通しをもつことの有用性を実感できるようにすることが考えられる。

③ 事柄が成り立つ理由を、根拠を明確にして説明できるようにする

(対象学年：第2学年以上，対応設問：設問(1))

事柄が一般的に成り立つ理由を説明するために、文字式や言葉を用いて根拠を明らかにする活動を取り入れることが考えられる。

本問題を使って授業を行う際には、 $9(x-y)$ と変形した式のみ説明について、「 $9(x-y)$ は9の倍数である」ことを示すためには「 $x-y$ が整数である」ことを根拠として示す必要があることを理解し、「 $x-y$ が整数だから、 $9(x-y)$ は9の倍数である。」と表現するなどして、説明を改善する活動を取り入れることが考えられる。その際、「 $x-y$ が自然数だから。」と記述した生徒には、2けたの自然数として28や33を取り上げ、 $x-y$ が自然数にならない場合があり、その場合でも $9(x-y)$ が9の倍数になることを確かめることが考えられる。

④ 事柄やその説明を基に発展的に考え、見いだした事柄を数学的に表現できるようにする

(対象学年：第2学年以上，対応設問：設問(2))

発展的に考えることができるようにするために、問題を解決した後、その条件を変える視点などを示し、生徒自らが新たな事柄を見いだす活動を取り入れることが考えられる。また、見いだした事柄を数学的に表現できるようにするために、その事柄の前提に当たる部分(主部：～)と、それによって説明される結論に当たる部分(述部：……)を「～は、……になる(である)」という命題の形で表現する活動を取り入れることも考えられる。

例えば、設問(2)において、条件を変える視点として、その前提に含まれる「2けた」、「十の位の数と一の位の数」、「差」などに着目し、これらを「3けた」、「百の位の数と一の位の数」、「和」などに変えると結論がどのように変わるかを考察する場面を設定することが考えられる。また、見いだされた事柄について、その主部と述部を命題の形で「3けたの自然数と、その数の百の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、9の倍数になる。」などと表現し、考察の対象を明確にした上で、それが正しいかどうかを確かめられるようにすることも考えられる。

学力定着状況たしかめテスト 3

数学B 3 日常的な事象を数学的に解釈すること (ウェーブ)

3 大地さんの学校では、体育祭で全校生徒320人が一列に並びウェーブをします。実行委員の大地さんは、全校生徒がウェーブをするにかかる時間を調べるために、学級の生徒に協力してもらい、下のウェーブのやり方で、実際に時間を計りました。

ウェーブのやり方

隣りの人が立ち始めたら、自分も立つ。そのとき、腕を高く上げる。きちんと立ったら座る。

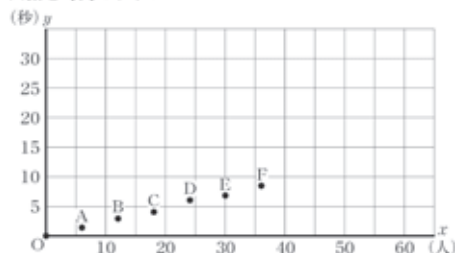


スタートの合図の瞬間を0秒とし、ウェーブをする人数 x 人と、最後の人が立ち始めるまでにかかる時間 y 秒を、人数を増やしながら調べました。その結果を次のように表にまとめ、下のグラフに表しました。

ウェーブをする人数とかかる時間

人数 x (人)	0	6	12	18	24	30	36
時間 y (秒)	0	1.4	2.9	4.1	6.0	6.8	8.4

人数と時間のグラフ

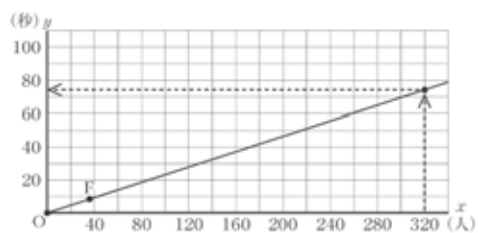


次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 人数と時間のグラフにおいて、人数が24人のときに6.0秒かかったことを表す点はどれですか。点Aから点Fまでの中から記号を1つ書きなさい。

(2) 大地さんは、次のようにして、全校生徒320人がウェーブをするにかかる時間を求めました。

大地さんの求め方



原点Oと点Fを通る直線をひいて、 $x = 320$ のときの y 座標を読むと、およそ75秒になる。

大地さんの求め方では、人数と時間のグラフで、原点Oから点Fまでの点が一直線上にあり、人数が増えてもすべての点が同じ直線上にあると考えています。

このように考えてよいのは、2つの数量の間に、ある関係があるとみているからです。どのような関係があるとみているか書きなさい。

1. 出題の趣旨

与えられた情報を読み、次のことができるかどうかをみる。

- ・必要な情報を適切に選択すること
- ・事象を理想化・単純化して、その特徴を的確に捉えること
- ・数学的な結果を事象に即して解釈すること
- ・事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明すること

事象を理想化・単純化してその特徴を的確に捉え、数学を用いて解決した結果を事象に即して解釈することは、実生活の様々な場面に対応して問題を解決できるようにするために大切である。

本問題では、体育祭でウェーブをする際に、ウェーブをする人数とかかる時間の関係について考察する場面を取り上げた。この場面において、人数と時間の関係を表すすべての点が一直線上にあると考えるとき、その関係が比例であると仮定していることを捉える文脈を設定した。

2. 解説

設問(1)

趣旨

与えられた表やグラフから、必要な情報を適切に読み取ることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第1学年〕 C 関数

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。

ウ 座標の意味を理解すること。

■評価の観点

数量や図形などについての知識・理解

解答類型

問題番号	解 答 類 型			正答
3	(1)	1	A と解答しているもの。	
		2	B と解答しているもの。	
		3	C と解答しているもの。	
		4	D と解答しているもの。	◎
		5	E と解答しているもの。	
		6	F と解答しているもの。	
		7	O と解答しているもの。	
		9	上記以外の解答	
		0	無解答	

■正答について

24人のときに6.0秒かかったことを表す点の座標は(24, 6.0)である。したがって、「(点) D」になる。

■誤答について

誤答例として、「(点) A」という解答が想定される。これは、問題文の「6.0秒かかったことを表す点」から、 x 座標が6であると捉えたと考えられる。

設問(2)

趣旨

事象を理想化・単純化して問題解決した結果を、事象に即して解釈し、2つの数量の関係を数学的に説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第1学年〕 C 関数

- (1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。
- ア 関数関係の意味を理解すること。
- エ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。

■評価の観点

数学的な見方や考え方

解答類型

問題番号	解答類型	正答
3	(2) (正答の条件) 次の(a), (b)を記述しているもの。 (a) 「ウェーブをするのにかかる時間とウェーブをする人数との間には」などの主部(前提あるいは根拠に当たる部分)。 (b) 「比例の関係がある」や「一次関数の関係がある」などの述部(結論に当たる部分)。 ----- (正答例) 例1 ウェーブをするのにかかる時間は、ウェーブをする人数に比例する。 (解答類型1) 例2 ウェーブをするのにかかる時間とウェーブをする人数の間には、一次関数の関係がある。(解答類型3)	
	1 (a)を記述し、(b)について比例の関係があることに着目して記述しているもの。 例1 ウェーブをする人数とウェーブをするのにかかる時間との間には、比例の関係がある。 例2 時間は、人数に比例する。	◎
	2 (a)の記述がなく、(b)について比例の関係があることに着目して記述しているもの。 例 比例の関係がある。	○

		(a)を記述し、(b)について一次関数の関係があることに着目して記述しているもの。	
3	例1	ウェーブをするのにかかる時間は、ウェーブをする人数の一次関数である。	◎
	例2	人数と時間との間には、一次関数の関係がある。	
4		(a)の記述がなく、(b)について一次関数の関係があることに着目して記述しているもの。	○
	例	一次関数の関係がある。	
		(b)の記述が十分でないもの。	
5	例1	ウェーブをする人数とウェーブをするのにかかる時間は、 x の値が決まれば y の値がただ1つ決まる関係である。	
	例2	2つの数量には、片方が増えると他方も増える関係がある。	
6		(b)の記述に誤りがあるもの。	
	例	人数と時間には、反比例の関係がある。	
		関数関係やその特徴以外で、数量の関係について記述しているもの。	
7	例1	x の値が0のとき、 y の値が0になる関係がある。	
	例2	6人のとき1.4秒になる。	
8		(a)のみを記述しているもの。	
	例	時間と人数には関係がある。	
9		上記以外の解答	
0		無解答	

■正答について

「ウェーブをする人数とウェーブをするのにかかる時間」について、**大地さんの求め方**から「比例の関係がある。」などのことを見だし、それを「ウェーブをする人数とウェーブをするのにかかる時間との間には、比例の関係がある。」のように、前提とそれによって説明される結論の両方を記述することを求めた。

■誤答について

誤答例として、「人数と時間は、 x の値が決まれば y の値がただ1つ決まる関係である。」という記述が想定される。これは、人数と時間が関数関係にあることは捉えられたが、直線をひく際の根拠としての比例や一次関数の関係については捉えられなかったと考えられる。

3. 学習指導に当たって

① 日常的な事象を理想化・単純化して、その特徴を的確に捉えられるようにする

(対応設問：設問(2))

日常的な事象の問題を数学の世界で考察できるようにするために、事象の変化の様子について予測したり、実際のデータの特徴を分析したりする場面を設定し、表やグラフに表すことを通して、これまでに学習した数学を基にして解決できるように、事象を理想化・単純化する活動を取り入れることが考えられる。

例えば、設問(2)のように、「ウェーブをする人数」と「かかる時間」の関係を表す点がほぼ一直線上に並んでいることから、すべての点が原点を通る一直線上にあると考え、原点を通る直線のグラフをかくことで、データにない人数のときのウェーブをするのにかかる時間を読み取る場面を設定し、理想化・単純化することの有用性を実感できるようにすることが考えられる。その際、自分の学校でウェーブをすることによって得られたデータを用いて、人数や時間を予測する活動を取り入れることが考えられる。

② 数学的な結果を事象に即して解釈することができるようにする (対応設問：設問(2))

数学を用いて得られた結果を事象に即して解釈できるようにするために、問題解決場面で用いたグラフや式を事象に即して捉え直す場面を設定することが考えられる。

設問(2)を使って授業を行う際には、グラフが原点を通る直線であるとみなすことができる根拠は、「ウェーブをするのにかかる時間は、ウェーブをする人数に比例しているとみている」ことであると捉えられるようにすることが考えられる。その上で、この関係を比例の式に表したとき、比例定数は「1人当たりにかかる時間の平均」であることを捉えられるようにすることが考えられる。

③ 事柄の特徴を的確に捉え、数学的に説明できるようにする (対応設問：設問(2))

日常的な事象において、数量や図形に着目して見いだした事象の特徴を、数学的な表現を用いて的確に説明できるようにするために、前提に当たる部分(主部)と、それによって説明される結論(述部)を明確にして表現する場面を設定することが考えられる。

設問(2)を使って授業を行う際には、どの数量の間にもどのような関係があるかを捉える場面を設定することが考えられる。その際、「比例の関係がある。」と結論のみを表現するのではなく、前提に当たる部分として「ウェーブをする人数とウェーブをするのにかかる時間」を明確にし、「ウェーブをする人数とウェーブをするのにかかる時間との間には、比例の関係がある。」と説明できるようにすることが大切である。さらに、独立変数(ウェーブをする人数)と従属変数(ウェーブをするのにかかる時間)を区別し、「ウェーブをするのにかかる時間は、ウェーブをする人数に比例する。」と表現できるようにすることも大切である。

④ 実生活の場面における問題の解決に数学を活用できるようにする (対応設問：設問(2))

実生活の場面における問題を数学的に解決できるようにするために、2つの数量の関係を、ある仮定を基に関数関係として捉え、数学を用いて解決して得られた結果の意味を事象に照らして考察する場面を設定することが考えられる。

例えば、自分の学校でウェーブをする場面を設定し、得られたデータに基づいて、「ウェーブをする人数」と「かかる時間」の関係を捉え、人数や時間を予測する活動を取り入れることが考えられる。その際、人数と時間の関係を比例とみなす考えと一次関数とみなす考えを取り上げ、2つの考えによって得られた予測値や変化の割合を比較し、それぞれの値の差が小さいことから、この場面においては比例でも一次関数でも予測が可能であることを捉えられるようにすることが考えられる。また、このように日常的な事象における数量の関係を比例や一次関数とみなすことで予測や問題解決ができることのよさを実感できるようにすることが大切である。

学力定着状況たしかめテスト 4

数学B 5 情報の適切な選択と判断 (落とし物調査)

5 生活委員会では、落とし物を減らすために、全15学級で落とし物調査を行うことにしました。

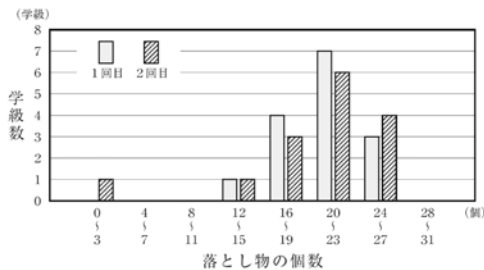
調査を同じ日数で2回行ったところで、拓也さんと優香さんは、その結果を表とグラフにまとめました。優香さんが作ったグラフでは、例えば、落とし物の個数が12個以上15個以下だった学級が、1回目、2回目とも1学級ずつあったことを表しています。



拓也さんが作った表

		(個)	
		1回目	2回目
種類	文房具	201	212
	ハンカチ・タオル	49	28
	その他	55	50
落とし物の合計		305	290
落とし物の合計の平均値 (1学級あたりの落とし物の個数)		20.3	19.3

優香さんが作ったグラフ



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 拓也さんが作った表の1回目の調査で、落とし物の合計のうち、文房具の占める割合を求める式を答えなさい。ただし、実際に割合を求める必要はありません。

(2) 二人は、調査結果について話し合っています。

拓也さん「落とし物の合計の平均値が20.3個から19.3個に減ったから、1回目より2回目の方が落とし物の状況はよくなったね。」
優香さん「でも、平均値だけで判断していいのかな。グラフ全体を見ると、よくなったとは言い切れないよ。」

グラフを見ると、優香さんのように「1回目より2回目の方が落とし物の状況がよくなったとは言い切れない」と主張することもできます。そのように主張することができる理由を、優香さんが作ったグラフの1回目と2回目の調査結果を比較して説明しなさい。

(3) 二人は、落とし物を減らすための対策について話し合っています。

拓也さん「落とし物が少ない学級では、持ち物に記名するようにしているみたいだよ。」
優香さん「次は、記名のある落とし物とない落とし物を分けて数えて、取り組みのよい学級を表彰したらどうかな。」
拓也さん「記名のある落とし物を1個1点、ない落とし物を1個2点として集計し、表彰する学級を決めよう。」

下線部の考えをもとに表彰する学級を決めます。記名のある落とし物を a 個、記名のない落とし物を b 個としたとき、表彰する学級の決め方として正しいものを、下のAからEまでのの中から1つ選びなさい。

- A $a + 2b$ の値が最も大きい学級にする。
- イ $a + 2b$ の値が最も小さい学級にする。
- ウ $2a + b$ の値が最も大きい学級にする。
- E $2a + b$ の値が最も小さい学級にする。

1. 出題の趣旨

資料に基づいて不確定な事象を考察する場面で、次のことができるかどうかをみる。

- ・必要な情報を適切に選択し、判断すること
- ・事象を数学的に解釈し、その根拠を数学的な表現を用いて説明すること
- ・結果を振り返って問題解決のための新たな構想を立てること

実生活の場面では、情報を適切に読み取ったり、情報を基に判断の理由を説明したりすることが求められる場合がある。その際、ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向を捉え説明することが大切である。

本問題では、1回目と2回目の落とし物調査の結果を、表とグラフを基に比較する場面を取り上げた。この場面において、平均値だけでなくグラフも見ることにより、「1回目より2回目の方が落とし物の状況がよくなったとは言い切れない」ことを捉える状況を設けた。さらに、学級の落とし物の状況を文字を用いた式で表し、表彰する学級の決め方を考える文脈を設定した。

2. 解説

設問(1)

趣旨

与えられた情報から必要な情報を選択し,的確に処理することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

[小学校第5学年] D 数量関係

(3) 百分率について理解できるようにする。

[第1学年] D 資料の活用

(1) 目的に応じて資料を収集し, コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し, 代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。

イ ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。

■評価の観点

数量や図形についての技能(小学校)

解答類型

問題番号	解 答 類 型		正答	
5	(1)	1	201 ÷ 305 または, 201 ÷ 305 を用いた正しい式を解答しているもの。	◎
		2	0.66 や 66 % など, 上記1 を計算して割合を解答しているもの。	○
		3	305 ÷ 201 または, 305 ÷ 201 を用いた式を解答しているもの。	
		4	1.52 や 152 % など, 上記3 を計算して割合を解答しているもの。	
		5	上記2, 4 以外で, 数値を解答しているもの。	
		9	上記以外の解答	
		0	無解答	

■正答について

拓也さんが作った表から, 1 回目の調査での落とし物の合計は 305 個, 文房具は 201 個であることがわかる。よって, 落とし物の合計のうち, 文房具の占める割合は, $201 \div 305$ で求められる。したがって, 「 $201 \div 305$ 」になる。

■誤答について

誤答例として, 「 $305 \div 201$ 」という解答が想定される。これは, 比べられる量をもとにする量でわるることによって割合は求められることの理解が十分でないと考えられる。

設問(2)

趣旨

資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第1学年〕 D 資料の活用

(1) 目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。

イ ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。

■評価の観点

数学的な見方や考え方

解答類型

問題番号	解答類型	正答
5	(2) (正答の条件) 次の(a), (d), または(b), (d), または(c), (d)について記述しているもの。 (a) 2回目の調査結果では、落とし物が極端に少ない学級があるから、平均値が下がっていること。 (b) 1学級を除くとグラフの形がほとんど変わっていないこと、最頻値が変わらないこと、中央値が含まれる階級が変わらないことのいずれか。 (c) 落とし物の個数が24個以上27個以下の学級が増えていること。 (d) 1回目の調査結果より2回目の調査結果の方が、必ずしもよくなったとは言いきれないこと。 ~~~~~ (正答例) 例1 2回目の調査結果では、落とし物が1学級だけ極端に少ないから平均値が下がっているだけで、他の学級の落とし物の状況がよくなっているとは限らないから、1回目より2回目の方がよくなっているとは言いきれない。 (解答類型1) 例2 2回目の調査結果では、落とし物の個数が0個以上3個以下の学級が1学級あるけれど、それを除けばグラフの形は大きく変わっていないから、2回目の調査結果の方がよかったとは言いきれない。(解答類型2) 例3 落とし物の個数が24個以上27個以下の学級は2回目の方が1学級多いから、2回目の調査結果の方がよかったとは言いきれない。(解答類型3)	

1	(a), (d)について記述しているもの。 例 2回目の調査結果では、落とし物が1学級だけ極端に少ないから平均値が下がっているだけで、他の学級がよくなっているとは限らない。だから1回目より2回目の方がよくなっているとは言い切れない。	◎
2	(b), (d)について記述しているもの。 例1 1学級を除いても、全体のグラフの形はほとんど変わっていないから、1回目より2回目の方がよくなっているとは言い切れない。 例2 最頻値は21.5個で変わらないから、2回目の方がよくなったとは言い切れない。 例3 中央値が含まれる階級は20個以上23個以下の階級で変わらないから、2回目の方がよくなったとは言い切れない。	◎
3	(c), (d)について記述しているもの。 例 落とし物が24個以上27個以下の学級が増えているから、2回目の方がよくなったとは言い切れない。	◎
4	(a)について記述しているもの。 例 2回目の調査結果では、落とし物が0個以上3個以下の学級があるために、総数や平均値が下がっているから。	○
5	(b)について記述しているもの。 例1 グラフの形は1学級を除くとほとんど変わっていないから。 例2 最頻値は21.5個で変わらないから。 例3 中央値が入る階級は20個以上23個以下の階級で変わらないから。	○
6	(c)について記述しているもの。 例 落とし物が24個以上27個以下の学級が1学級増えているから。	○
7	誤った数学的根拠を記述しているもの。または、優香さんが作ったグラフを根拠としているが、グラフの読み取りに誤りがあるもの。 例1 2回目は24個以上27個以下の学級と、0個以上3個以下の学級が増えているから。 例2 落とし物が24個以上27個以下の学級が2学級増えているから。	
9	上記以外の解答	
0	無解答	

■誤答について

誤答例として、「落とし物をしている学級の合計は15学級で変わらないから、2回目の調査結果が1回目の調査結果より必ずしもよくなったとは言い切れない」という記述が想定される。これは、落とし物調査が全15学級で行われ、グラフではその15学級の落とし物の様子が表されていることが捉えられなかったと考えられる。

設問(3)

趣旨

結果を振り返って立てられた新たな構想に沿って、事象を数学的に表現し、その意味を的確に解釈することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 A 数と式

(1) 具体的な事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

イ 文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解すること。

■評価の観点

数学的な見方や考え方

解答類型

問題番号	解 答 類 型			正答
⑤ (3)	1	ア	と解答しているもの。($a + 2b$ の値が最も大きい学級にする。)	◎
	2	イ	と解答しているもの。($a + 2b$ の値が最も小さい学級にする。)	
	3	ウ	と解答しているもの。($2a + b$ の値が最も大きい学級にする。)	
	4	エ	と解答しているもの。($2a + b$ の値が最も小さい学級にする。)	
	9	上記以外の解答		
	0	無解答		

■正答について

記名のある落とし物を a 個、記名のない落とし物を b 個としたとき、記名のある落とし物を1個1点、ない落とし物を1個2点とすると、各学級の点数は $a + 2b$ で表される。落とし物の合計が少なく、落とし物の中でも記名のある落とし物が多い学級は、 $a + 2b$ の値が小さくなる。したがって、「 $a + 2b$ の値が最も小さい学級にする。」になる。

■誤答について

誤答例として、「 $2a + b$ の値が最も大きい学級にする。」の選択が想定される。これは、落とし物の合計の数に関わらず、記名のある落とし物が多ければ取り組みがよいと捉えたと考えられる。

3. 学習指導に当たって

① 不確定な事象を考察する場面で、目的に応じて情報を選択し、数学的に表現できるようにする (対応設問：設問(1)，(3))

目的に応じて選択した情報を数学的に表現できるようにするために、事象を目的に応じて数値化し、その結果を用いて判断する場面を設定することが考えられる。

例えば、設問(1)のように割合で表したり、設問(3)のように記名のある落とし物1個を1点、記名のない落とし物1個を2点として重み付けをした数値を用いたりする場面を設定することが考えられる。また、設問(3)のように重み付けをして数値化する際には、不確定な事象を式を用いて表したり、その式から状況を把握したりする場面を設定することが考えられる。

また、Aに対するBの割合は $B \div A$ で求められるが、 $A \div B$ と考える生徒がいると考えられるので、Aを1としたときのBの値という割合の意味を確認する場面を設定することが大切である。

② 資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明できるようにする (対応設問：設問(2))

資料の傾向を的確に捉えることができるようにするために、代表値をデータの分布とともに捉える場面を設定することが考えられる。

例えば、設問(2)のように、分布の中に極端に離れた値がある場合には、平均値だけでは分布の特徴を的確に把握することができないので、分布を表したグラフに戻って他の代表値に目を向けたり、グラフの形に着目したりする場面を設定することが考えられる。その際、判断の理由を互いに伝え合い、他者の主張を批判的に考察できるようにすることが大切である。また、2回目の調査結果が1回目の調査結果より必ずしもよくなったとは言い切れないことの理由として、「最大値が含まれる階級の度数が増えていること」などの内容を指摘できるようにすることも考えられる。

③ 日常生活や社会における問題に対して、資料を用いて傾向を捉え、解決のための構想を立てて実践することができるようにする

日常生活や社会における問題の解決の構想を立てることができるようにするために、データを収集し、コンピュータなどを利用して処理し、資料の傾向を捉え説明するという一連の活動を経験する機会を設けることが考えられる。

例えば、本問題のように、落とし物が多く、物を無駄にしているという問題に対して落とし物調査を行い、その結果を処理し傾向を捉えることや、それに基づいて改善すべき点や改善のための新たな構想について話し合う活動を取り入れることが大切である。さらに、新たな構想に基づいて実践し、その効果についてデータを収集して評価する活動を取り入れることも考えられる。

(参考)

「OECD生徒の学習到達度調査」においても、次のような問題が出題されている。

「PISAの問題できるかな? OECD生徒の学習到達度調査」P. 138

テストの点数

テストの点数に関する問

下のグラフは、二つの班AとBの理科のテスト結果を示しています。

A班の平均点は62.0、B班の平均点は64.5です。50点以上とった生徒は合格になります。

理科のテストの点数

点数	A班	B班
0-9	1	0
10-19	0	0
20-29	0	0
30-39	0	0
40-49	0	2
50-59	3	1
60-69	4	5
70-79	2	3
80-89	2	1
90-100	0	0

先生はこのグラフを見て、今回のテストでは、B班のほうがA班より良かったと言いました。

A班の生徒たちは先生の意見に納得できません。A班の生徒たちは、B班のほうが必ずしも良かったとは言えないということを先生に納得させようとしています。

グラフを使い、A班の生徒が主張できる数学的な理由を一つ挙げてください。

.....

.....

.....

ベストカー

ある自動車雑誌では、ある採点評価システムを使って新型車を評価し、その総得点で一番点数が高かった車に「カーオブザイヤー」の賞を与えています。5種類の新型車を評価し、その点数を表にまとめました。

自動車	安全性 (S)	燃料効率 (F)	外観 (E)	内装 (T)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

評点の目安は以下のようにになっています。

- 3点 = たいへんよい
- 2点 = よい
- 1点 = まあまあ

ベストカーに関する問1

各車の総得点を計算する際、この自動車雑誌では以下のようなルールを使って、特定の評価項目に重みをつけています。

$$\text{合計} = (3 \times S) + F + E + T$$

自動車「Ca」の総得点を計算し、あなたの答えを下の空欄に記入してください。

「Ca」の総得点：

ベストカーに関する問2

自動車「Ca」のメーカーは、この総得点を出すルールは不公平だと考えました。

自動車「Ca」が優勝するような総得点の計算のルールを書いてください。

この新しいルールでは、四つある評価項目の全てが対象になります。下の等式の四つの空欄に正の数を記入し、新しいルールを作ってください。

$$\text{総合得点} = \dots \times S + \dots \times F + \dots \times E + \dots \times T.$$

学力定着状況たしかめテスト 5

数学B 6 数学的な表現の事象に即した解釈と問題解決の方法（駅への向かい方）

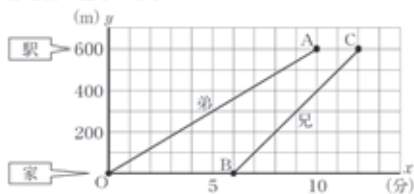
6 次の問題について、グラフを使って考えます。

問題

家から600m離れた駅に向かって、弟が家を出発し分速60mで歩いています。兄が弟の忘れ物に気づいて、同じ道を追いかけました。弟が出発してから6分後に分速100mで追いかけると、兄は弟に追いつくことができるでしょうか。また、追いつくことができない場合は、どうすれば兄は弟に追いつくことができたでしょうか。

下の図は、弟が出発してから時間を x 分、家から駅に向かって進んだ道のりを y mとして、弟と兄の進むようすを、それぞれ線分OA、線分BCで表したグラフです。

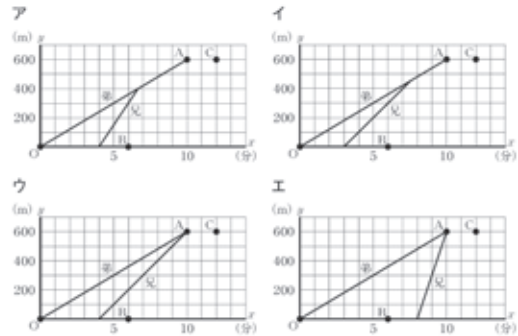
弟と兄の進むようす



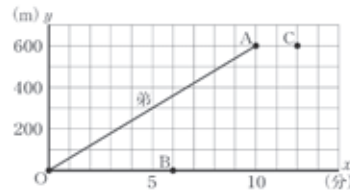
次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 弟と兄の進むようすから、弟が駅に着くまでに、兄は弟に追いつけないことがわかります。弟が駅に着いたとき、兄は駅まであと何mの地点にいますか。

(2) 兄の出発する時間を変えれば、兄の速さが分速100mのままでも、弟が駅に着いたときに、ちょうど兄が弟に追いつくことができます。このようすを表したグラフを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。



(3) 兄の速さを変えれば、出発する時間を変えなくても、弟が駅に着いたときに、ちょうど兄が弟に追いつくことができます。このようすをグラフに表すには、弟と兄の進むようすの4点O、A、B、Cのうち、どの2点を結べばよいですか。その2点を書きなさい。また、その2点を結んだグラフから兄の速さを求める方法を説明しなさい。ただし、実際に兄の速さを求める必要はありません。



1. 出題の趣旨

事象を数学的な表現を用いて捉え、次のことができるかどうかをみる。

- ・ 数学的な表現を事象に即して解釈すること
- ・ 問題の解決の結果を、数学的な表現を基に評価し、改善すること
- ・ 問題解決の方法を数学的に説明すること

事象を数学的に考察する場面では、事象を数学的に表現したり、数学的な表現を事象に即して解釈したりすること、さらに、問題解決の結果を評価し改善することが大切である。

本問題では、兄が弟を追いかけることに関する問題について、グラフを用いて考察する場面を取り上げた。この場面において、弟と兄の進む様子を表したグラフから、直線のグラフの傾きが分速を、グラフと x 軸との交点の座標が出発時間を表すことを捉え、兄が弟に追いつくための手立てを考える文脈を設定した。

2. 解説

設問(1)

趣旨

与えられたグラフを，事象に即して解釈することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 C 関数

- (1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，一次関数について理解するとともに，関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。
- イ 一次関数について，表，式，グラフを相互に関連付けて理解すること。
- エ 一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

■評価の観点

数学的な見方や考え方

解答類型

問題番号	解 答 類 型			正答
⑥	(1)	1	200 と解答しているもの。	◎
		2	400 と解答しているもの。	
		3	10 と解答しているもの。	
		4	12 と解答しているもの。	
		9	上記以外の解答	
		0	無解答	

■正答について

弟と兄の進むようすから，弟が駅に着いたのは出発してから10分後であり，そのとき兄は家から400 mの地点にいることがわかる。家から駅までは600 mなので，「200 (m)」になる。

■誤答について

誤答例として，「400 (m)」という解答が想定される。これは，兄のグラフについて， x 座標が10のときの y 座標を書いたと考えられる。

設問(2)**趣旨**

グラフの傾きや交点の意味を事象に即して解釈し、結果を改善することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 C 関数

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

イ 一次関数について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解すること。

エ 一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

■評価の観点

数学的な見方や考え方

解答類型

問題番号		解 答 類 型			正答
6	(2)	1	ア	と解答しているもの。	
		2	イ	と解答しているもの。	
		3	ウ	と解答しているもの。	◎
		4	エ	と解答しているもの。	
		9	上記以外の解答		
		0	無解答		

■正答について

兄の速さを変えないことから、グラフの傾きは線分BCで表したグラフの傾きと等しい。また、弟が駅に着いたとき、ちょうど兄が弟に追いつけることから、グラフの端点は点Aとなる。したがって、ウになる。

■誤答について

誤答例として、イの選択が想定される。これは、グラフの傾きが分速を表していることは理解しているが、弟と兄が同時に駅に着くことからグラフの端点が点Aとなるということは捉えられていないと考えられる。

設問(3)**趣旨**

グラフの傾きや交点の意味を事象に即して解釈し、結果を改善して問題を解決する方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 C 関数

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

イ 一次関数について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解すること。

エ 一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

■評価の観点

数学的な見方や考え方

解答類型

問題番号	解答類型	正答
6	(3) (正答の条件) 「(点) A, (点) B」と解答し、次の(a), (b)のいずれかについて記述しているもの。 (a) 傾きを読み取ること。 (b) 分速を計算すること。 ----- (正答例) 例1 点Aと点Bを結んだグラフから、その傾きを読み取る。(解答類型1) 例2 点Aと点Bを結んだグラフから、家から駅までの道のりと兄の進んだ時間を読み取り、家から駅までの道のりを兄の進んだ時間でわる。(解答類型2)	
	1 (点) (a)について記述しているもの。(グラフについての記述は不問。以下同様。) 例 直線ABのグラフから傾きを求める。	◎
	2 A (b)について記述しているもの。 例 駅までの道のり 600 mを兄の進んだ時間 4分でわる。	◎
	3 B (b)についての記述が十分でないもの。 例1 1分後をみれば速さがわかる。 例2 道のり 600 mを時間 4分でわる。	○
	4 解答 グラフの使い方について記述しているが、(a), (b)のいずれか、または両方について記述していないもの。	
	5 例 道のり÷時間 グラフの使い方についての記述に誤りがあるもの。	
	6 上記以外の解答	
	7 無解答	
	8 点Aと点B以外の2点を解答しているもの。	
	9 上記以外の解答	
	0 無解答	

■正答について

「(点) A, (点) B」と解答し, 点Aと点Bを結んだグラフの「用い方」として「傾きを読み取る。」などを明示して記述することを求めた。

■誤答について

誤答例として, 「(「(点) A, (点) B」と解答) 道のり÷時間」という記述が想定される。これは, グラフから x 軸と y 軸の数量を読み取り, 速さを求める公式を書いたと考えられる。

3. 学習指導に当たって

① 事象を数学的に表現したり, 数学的な表現を事象に即して解釈したりすることができるようにする (対応設問: 設問(1))

事象を数学的に考察できるようにするために, 数量の関係を表, 式, グラフを用いて数学的に表現したり, 数学的な表現を事象に即して解釈したりする活動を取り入れることが考えられる。

本問題を使って授業を行う際には, 問題文を基にグラフをかき, 2つのグラフが交わらないことから, 弟が駅に着くまでに兄は弟に追いつけないことを判断する場面を設定することが考えられる。その際, 弟が駅に着いたときの兄の位置について, 家からの道のりや, 駅までの残りの道のりをグラフから読み取る場面を設定することが考えられる。

② 問題解決の結果を評価し改善することができるようにする (対応設問: 設問(2), (3))

問題解決の結果を評価し改善することができるようにするために, 数学的な表現を基に, 問題の条件と結果を振り返って結果の改善について考え, 問題の条件を見直すことができるようにすることが考えられる。

本問題を使って授業を行う際には, グラフを基に, 兄は弟に追いつけないという結果を改善するために, 弟と兄の出発時間と速さに着目し, どのようにすれば兄が弟に追いつけるかを考える場面を設定することが考えられる。例えば, 兄が弟に追いつくためには, 兄の速さを変えずに出発時間を変えたり, 兄の出発時間を変えずに速さを変えたりすればよいことなどの見通しをもち, グラフを平行移動したり結ぶ点を変えたりすることによって, 具体的な改善の手立てを見いだす活動を取り入れることが考えられる。

③ 問題解決のために数学を活用する方法を考え, 説明できるようにする

(対応設問: 設問(3))

様々な問題を数学を活用して解決できるようにするために, 問題解決の方法に焦点を当て, 何をどのように用いればよいかを明らかにできるようにすることが考えられる。その際, 表, 式, グラフなどの「用いるもの」とその「用い方」について説明する場面を設定することが考えられる。

設問(3)を使って授業を行う際には, 兄の速さを求める方法について, 「用いるもの」をグラフに限定した上で, 「用い方」として, 点Aと点Bを結んだグラフの「傾きを読み取る。」などと説明できるようにすることが考えられる。

(参照)

「4年間のまとめ【中学校編】」P. 38～P. 39, P. 178～P. 183